

# INTRO

## Indhold

MATHeCADEMY .....	2
PYRAMIDeUDDANNELSE .....	2
LÆRINGSMØDER.....	2
KOMMENTARER.....	3
INDHOLDSBESKRIVELSE .....	4
0. Talesprog & talsprog, sand & falsk abstraktion, fortolkning & forførelse.....	7
0.1 Demokratiets IDB .....	7
0.2 Blyantsdilemmaet .....	7
0.3 Talesprog og talsprog .....	7
0.4 Falske og sande abstraktioner .....	7
0.5 Mate-matik nedefra og meta-matik oppefra .....	7
Studiets organisering .....	8
Pyramideundervisning.....	8
Periodens seminar.....	8
Periodens arbejde.....	8
Eksamensprojekt.....	9

<b>C1</b>	Fra bunke til bundt - mangfoldighed, bundtning & stakning
<b>C2</b>	Uforudsigelig variation kan forudsiges af gennemsnitstal
<b>A1</b>	Sammenstakning af konkrete og abstrakte stakke
<b>A2</b>	Sammenlægning af per-tal
<b>T1</b>	Opstakning og afstakning, fremadregning og tilbageregning
<b>T2</b>	Stakke i tid, konstant og forudsigelig variation
<b>S1</b>	Stakke i rum, geometri
<b>S2</b>	Stakke i gitre, koordinatgeometri
<b>PoMo</b>	<i>Mængde-matematik eller mangfoldigheds-matematik</i>
<b>KL</b>	<i>Kvantitativ litteratur, Algebra: Opsamle &amp; opdele</i>
<b>GE</b>	<i>Geometri: Jordmåling</i>

MATHeCADEMY: Matematik nedefra

## MATHeCADEMY

MATHeCADEMY tilbyder gratis PYRAMIDeUDDANNELSE til matematiklærere, som vil undervise i mangfoldighedsbaseret matematik nedefra, efter naturmetoden. Materialet er udviklet i forbindelse med web-baseret fjernundervisning i liniefaget matematik på et dansk seminarium.

MATHeCADEMY flytter autoriteten fra biblioteket tilbage til laboratoriet, hvor matematikken opstår gennem 2\*4 opgaver i at tælle og regne i tid og rum. C1&2: Tæl, A1&2: Regn, T1&2: Tid, S1&2: Rum.

'Matematik nedefra' opbygger matematikken på baggrund af aktiviteter i et 'Tæl&Regn i Tid&Rum' TR-laboratorium hvor 8 læringsmøder med mangfoldigheden finder sted efter mottoet 'først gribe så begribe'. I modsætning til matematik oppefra som udleder matematikken fra bibliotekets mængde-begreb efter mottoet 'først lære så anvende'.

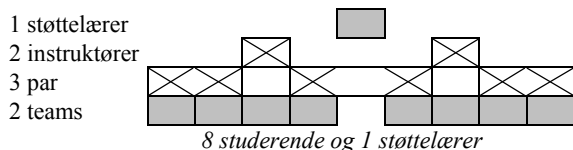
Primærskolens matematik læres gennem sætningsfrie læringsmøder med sætningens grundled, dvs. som automatisk 'grib&begrib'-læring. Herved udvikles tavs kompetence og individuelle sætninger, som kommer fra og valideres i laboratoriet (CATS1)

Sekundærskolens matematik læres gennem sætningsfyldte læringsmøder med sætningens grundled, dvs. som automatisk 'sladder'-læring. Herved bliver matematik mangfoldighedslære kommende fra og valideret i laboratoriet (CATS2).

## PYRAMIDeUDDANNELSE

PYRAMIDeUDDANNELSE er 8 studerende i 2 teams á 4 studerende som vælger 3 par og 2 instruktører på skift. Læreren støtter instruktørerne som underviser hver deres team. Et par samarbejder om at løse tæl&regn-opgaverne, om at stille og rette hinandens rutineopgaver og om at udføre en undervisningsopgave med en rapport rig på observationer af både genkendelse og erkendelse, dvs. af både assimilation og akkommodation.

Instruktører retter tæl&regn-opgaverne med støtte fra læreren. Hvert par opponerer på et andet pars rapport. Den studerende betaler for sin undervisning ved at være støttelærer på en ny gruppe med 8 studerende.



På denne måde vil mangfoldigheds-baseret matematik nedefra brede sig som en selvreproducerende virus på Internettet indtil den kommer frem om ti år når halvdelen af matematiklærerne er gået på pension ude af stand til at reproducere sig og gøre mængde-baseret matematik relevant for de matematikstuderende.

## LÆRINGSMØDER

	SPØRGSMÅL	SVAR
<b>C1 tæl1</b>	Hvordan optælles mangfoldighed? Hvordan omtælles: $T = 8 = ? \cdot 3s$ $T = 6 \text{ kg} = ?\$$ Hvordan optælles i standardbundter?	Ved at bundte og stakke at optælle T i 3ere som $T = (T/3) \cdot 3$ . $T = 8 = ? \cdot 3 = ? \cdot 3$ ere, $T = 8 = (8/3) \cdot 3 = 2 \cdot 3 + 2 = 2 \cdot 3 + 2/3 \cdot 3 = 2 \cdot 2/3 \cdot 3$ Hvis $4 \text{ kg} = 2\$$ så er $6 \text{ kg} = (6/4) \cdot 4 \text{ kg} = (6/4) \cdot 2\$ = 3\$$ Ved bundtning og stakning i en mange-stak (antal, polynomium): $T = 423 = 4+2+3 = 4 \text{ titi} + 2 \text{ ti} + 3 = 4 \cdot B^2 + 2 \cdot B + 3$
<b>C2 tæl2</b>	Hvordan kan vi regne os frem til slut-tallet, hvis tilvæksten er uforudsigelig?	Hvis optælling kan 'bagud-sige', at gennemsnittet er 8.2 og spredningen er 2.3, kan vi forud-sige, at det næste tal vil ligge i intervallet: gennemsnit $\pm 2 \cdot \text{spredning}$ , dvs. $8.2 \pm 4.6$ , med 95% sandsynlighed
<b>A1 regn1</b>	Hvordan sammenstakkes konkrete stakke? $T = 27 + 16 = 2 \text{ ti } 7 + 1 \text{ ti } 6 = 3 \text{ ti } 13 = ?$ Hvordan sammenstakkes abstrakte stakke?	Sammenstakning kan give overlæs som fjernes ved en omstakning og ombundtning forudsagt af omstaknings-ligningen $T = (T-b)+b$ . $T = 27 + 16 = 2 \text{ ti } 7 + 1 \text{ ti } 6 = 3 \text{ ti } 13 = 3 \text{ ti } 1 \text{ ti } 3 = 4 \text{ ti } 3 = 43$ Ved at bruge menter i lodrette tal-opstillinger, og FYIS-ligningen $T = (a+b) \cdot (c+d) = ac + (ad+bc) + bd$ i vandrette talopstillinger
<b>A2 regn2</b>	Hvordan sammenlægges per-tal?	$\$/\text{dag}$ -tallet a skal ganges med dag-tallet b før det kan tillægges det totale $\$/\text{tal}$ T: $T_2 = T_1 + a \cdot b$ $2 \text{ dage} @ 6\$/\text{dg} + 3 \text{ dage} @ 8\$/\text{dag} = 5 \text{ dage} @ 7.2\$/\text{dag}$ $1/2 \text{ af } 2 \text{ coke} + 2/3 \text{ af } 3 \text{ coke} = 3 \text{ af } 5 \text{ coke} = 3/5 \text{ af } 5 \text{ coke}$ $1/2 \text{ af } 4 \text{ coke} + 2/3 \text{ af } 3 \text{ coke} = 4 \text{ af } 7 \text{ coke} = 4/7 \text{ af } 7 \text{ coke}$
<b>T1 tid1</b>	Hvordan kan vi vende en regneproses om fra fremad-regning til tilbage-regning?	Ved at overflytte tal og vende deres regnetegn: $x \cdot 3 + 2 = 14$ vendes til $x = (14 - 2) / 3$ . Eller generelt: $x + a = b$ vendes til $x = b - a$ , $x \cdot a = b$ vendes til $x = b / a$ , $x^a = b$ vendes til $x = a \sqrt[a]{b}$ , $a^x = b$ vendes til $x = \log_b / \log_a$
<b>T2 tid2</b>	Hvordan kan vi regne os frem til sluttallet, hvis tilvæksten er	Ved anvendelse af konstante vækstligninger: Hvis $K_0 = 30$ og $\Delta K / n = a = 2$ , så er $K_7 = K_0 + a \cdot n = 30 + 2 \cdot 7 = 44$

	konstant? Hvordan kan vi regne os frem til sluttallet, hvis tilvæksten er variabelt?	Hvis $K_0=30$ og $\Delta K/K = r = 2\%$ , så er $K_7 = K_0 \cdot (1+r)^n = 30 \cdot 1.02^7 = 34.46$ Ved anvendelse af variable vækstligninger: Hvis $K_0 = 30$ og $\Delta K = 2$ og $\Delta \Delta K = -1$ , så er $K = K_0 + b \cdot n + a \cdot n^2$ Hvis $K_0 = 30$ og $dK/dx = K'$ , så er $\Delta K = K - K_0 = \int K' dx$
<b>S1 rum1</b>	Hvordan kan vi beskrive stakkes rumlige egenskaber som areal og diagonal? Hvordan kan vi beskrive figurers rumlige egenskaber?	Ved den Græske geometris 3 Pythagoras'er, mini, midi og maxi. Ved den arabiske geometris 3 vinkel-side relationer $\sin A = a/c$ , $\cos A = b/c$ og $\tan A = a/b$ Ved rumfangsformler, samt ved forskellige typer 2-dimensional afbildning af 3-dimensionale figurer
<b>S2 rum2</b>	Hvordan kan vi regne os frem til punkter og linier? Hvordan kan vi bruge den nye regneteknologi?	Ved brug af koordinatsystemet: Hvis $P_0(x,y) = (3,4)$ og $\Delta y/\Delta x = (y-4)/(x-3) = 2$ , så er $P_1(8,y) = (8, 2 \cdot (8-3) + 4) = (8,14)$ Med indførelse af computeren kan vi nu regne på tal, tal-sæt (vektorer) og på vektor-sæt (matricer).
<b>KL</b>	Hvad beskriver talsprogets kvantitative litteratur? Har talsprogets litteratur også genrene fakta, fiktion og fidus?	En talfortælling fortæller om mangfoldighed i tid og rum.  Talesproget og talsproget har samme genrer.: Fakta er Da-Så beregninger eller FritFalds-beregninger. Fiktion er Hvis-Så beregninger eller Affalds-beregninger. Fidus er Hvad-Så beregninger eller Dødsfaldsberegninger
<b>PM</b>	Hvad er forskellen på moderne og postmoderne matematik	Moderne matematik har mængden som sit grundbegreb og fremstiller matematikken oppefra som eksempler på abstraktioner, Postmoderne (og førmoderne) matematik har mangfoldigheden som sit grundbegreb og fremstiller matematikken nedefra som abstraktioner fra eksempler
<b>GN</b>	Kan geometriens begreber også opstå i laboratoriet?	Geometri betyder jordmåling. Et område kan opdeles i mangekanter, så i trekanter og til sidst i retvinklede trekanter, halv-stakke. En $a \cdot b$ stak har areal $a \cdot b$ , og en diagonal med længde $c$ som findes af Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ . Vinklen kan findes ved $\tan A = a/b$ , som ombundter $a$ i $b$ 'ere. Også rummåling hører under geometri, hvor kantede og runde former har overflader og rumfang.

## KOMMENTARER

Fremstillingsformen er valgt for at tilbyde en mulighed for læring i alle fire læringsrum. De fire læringsrum stammer fra de fire forskellige svar på spørgsmålet "hvor kommer begreber fra - oppefra eller nedefra, udefra eller indefra?" De to traditionelle læringsrum, meddelelsesrummet og konstruktivisme-rummet, siger hhv. oppefra&udefra og oppefra&indefra, de to oversete læringsrum, fortællerummet og mesterlærerummet, siger hhv. nedefra&udefra og nedefra&indefra. De traditionelle læringsrum tager udgangspunkt i faget og ser verden som anvender af matematik. De oversete læringsrum ser verden som skaber af matematik, og tager udgangspunkt i mangfoldighed under devisen "først gribe, så begribe". Meddelelsesrummet og fortællingsrummet etablerer sætningsfyldte læringsmøder med sætninger med hhv. abstrakte og konkrete grundled. Konstruktiviserummet og mesterlærerummet etablerer sætningsfrie læringsmøder med hhv. abstrakte og konkrete grundled.

Matematikens begreber kan således fremstilles på to forskellige måder, oppefra eller nedefra. Historisk er matematikken opstået nedefra som abstraktioner fra eksempler. Men i dag er matematikken vendt på hovedet og fremstilles oppefra som eksempler på abstraktioner, dvs. som noget der burde kaldes "meta-matik" i stedet for den historiske "mate-matik", som så kunne kaldes matematik nedefra efter naturmetoden.

Matematik nedefra er udviklet gennem en undersøgelse, som med baggrund i det globale matematik-fravalgs problem stillede spørgsmålet "findes der en postmoderne matematik?". Undersøgelsen opstillede den hypotese, at det er meta-matik, der fravælges, ikke mate-matik. For at teste denne hypotese udvikledes et undervisningsmateriale i "postmoderne matematik" nedefra inspireret af matematikken historiske udvikling. Undersøgelsen viste at matematik nedefra er en forskel som gør en forskel både i undervisningen og i læreruddannelsen. Dette kompendium er således en redigeret form af dette materiale.

Først angives en oversigt over de 8 studieenheder med tilhørende udforsknings spørgsmål. I indledningen skitseres tanken bag matematik nedefra, ønsket om at opbygge en matematik på et forførelsesfrist grundlag, så den fremstår som sand udforskning af noget som er og altid har været i verden, verdens mangfoldighed, i modsætning til fortolkning af et problematisk mængdebegreb som blev udviklet omkring år 1900. Mate-matik nedefra er således mangfoldigheds-fortællinger, hvor meta-matik oppefra er mængde-fortællinger.

## INDHOLDSBESKRIVELSE

### C1 Mangfoldighed kan optælles i stakke ved tæl&stak-ligningen: $T = (T/b)*b$

Mangfoldighed findes i tid og rum: Sæt fingeren på pulsen, og sæt en streg for hver gentagelse. Tidslig mangfoldighed bliver da overført til rumlig mangfoldighed gennem en ikonsættelse, som kan organiseres forskelligt, som:

1. Streger ved siden af hinanden: |||||
2. Streger samlet i talsymboler (4 streger i 4-tallet)
3. Bundtet og stakket: |||||  $\rightarrow$  ||| |||  $\rightarrow$  2 3s = 2\*3

Mangfoldighed kan ombundtes (omtælles) til en anden bundtstørrelse:  $T = 3 \text{ 7ere} = 3*7 = ?*4 = ? \text{ 4ere}$

Fjernes 4ere, optælles i 4ere. Processen 'at fjerne 4ere' ikonsættes som '4' og italesættes som 'optalt eller opdelt i 4ere'. Tæl&stak-ligningen får da udseendet  $T = (T/4)*4$ . T/4 kaldes et per-tal.

Svaret kan optælles eller forudsiges ved regning:

$$T=3 \text{ 7ere}=3*7=(3*7/4)*4=5*4+1=5*4 + 1/4*4=(5 \text{ 1/4})*4$$

Gange betyder standard-ombundtning i ti'ere:

$$T = 3 \text{ 6ere} = 3*6 = 18 = 1*10 + 8*1.$$

Ombundtning i tiere giver decimal-tal og procent-tal:

$$T = 3 \text{ 6ere} = 3*6 = 18 = (18/10)*10 = (1 \text{ 8/10})*10 = 1.8*10$$

$$T = 3 \text{ 6ere} = 3*6 = 18 = (18/100)*100 = 18\%*100$$

Sukker kan optælles på forskellige måder, f.eks. som kilogram, liter, kroner, procent osv. Bundtningsformen kan skiftes ved en ombundtning (omveksling):

$$2 \text{ kg} = 5 \text{ \$} = 6 \text{ liter} = 100 \%, \quad T = 7 \text{ kg} = ?$$

$$T = 7 \text{ kg} = (7/2)*2\text{kg} = (7/2)*5 \text{ \$} = 17.50 \text{ \$}$$

$$T = 7 \text{ kg} = (7/2)*2\text{kg} = (7/2)*6 \text{ litres} = 21 \text{ liter}$$

$$T = 7 \text{ kg} = (7/2)*2\text{kg} = (7/2)*100 \% = 350 \%$$

$$P = 5\% = (5/100)*100\% = (5/100)*2 \text{ kg} = 0.1 \text{ kg}$$

Også bundter kan bundtes i bundter af bundter, bundter og ubundtede, så en given mangfoldighed kan altid italsættes som en mangestak (et polynomium, et antal):

$$T=234=2 \text{ bundter-af-bundter}+3 \text{ bundter}+4 \text{ ubundtede.}$$

$$T = 2345 = 2+3+4+5 = 2*B^3 + 3*B^2 + 4*B + 5*1.$$

$T = 2 \text{ 7ere}$ . Hvor ti-bundteren optæller 'bundt + 4', dvs. 14, vil tolv-bundteren optælle 'bundt + 2' dvs. 12.

$$\text{Altså er } T = (14)10 = (12)12$$

### C2 Uforudsigelige tal kan forudsiges af det gennemsnitlige niveau og variation

Optælling af de forskellige muligheder i et vind-eller-tab spil fører til Pascals trekant.

Tal kan variere uforudsigeligt f.eks i spørgeskemaundersøgelser. Optælling giver en tabel over hyppigheden, hvoraf den gennemsnitlige niveau og variation kan beregnes.

Disse gennemsnitstal bestemmer et interval som med 95% sandsynlighed vil indeholde det næste tal:  $T = T_{\text{gns.}} \pm 2*\Delta T_{\text{gns.}}$

### A1 Overlæs ved sammenstakning fjernes af omstakningsligningen $T = (T-b)+b$

$$T = 38 + 29 = 3 \text{ ti } 8 + 2 \text{ ti } 9 = 5 \text{ ti } 17 = ?$$

Overlæs fjernes ved omstakning og ombundtning.

$$\text{Først omstakkes overlæsset ved at fjerne 10 1ere: } T = 17 = (17-10)+10 = 7+10.$$

Så ombundtes 10\*1 til 1\*10, som så overføres til 10erne som i bogføring:

$$T = 38+29 = 3\text{t}8+2\text{t}9 = 5\text{t}17 = (5+1)\text{t}(17-10) = 6\text{t}7 = 67$$

$$T = 38+29=3\text{t}8+2\text{t}9=5\text{t}17=5\text{t}1\text{t}7=6\text{t}7=67$$

Processen 'at fjerne 10' ikonsættes som '-10' og italesættes som 'minus 10'.

Omstaknings-ligningen får da udseendet  $T = (T-b)+b$ .

Svaret kan findes ved optælling eller forudsiges ved regning.

Gentaget sammenstakning kan give store overlæs:

$$T = 4 \cdot 18 = 4 \cdot (1 \text{ ti } 8) = 4 \text{ ti } 32 = 4 \text{ ti } 3 \text{ ti } 2 = 7 \text{ ti } 2 = 72$$

## A2 Per-tal sammenlægges som totaler

\$/dag-tallet a skal ganges med dag-tallet b før det kan tillægges det totale \$-tal T:  $T_2 = T_1 + a \cdot b$

$$2 \text{ dage á } 6 \$/\text{dg} + 3 \text{ dage á } 8 \$/\text{dag} = 5 \text{ dage á } 7.2 \$/\text{dag}$$

$$2 \text{ dage á } 6\% + 5 \text{ dage á } 8\% = 7 \text{ dage á } 7.4\%$$

$$1/2 \text{ af } 2 \text{ coke} + 2/3 \text{ af } 3 \text{ coke} = 3 \text{ af } 5 \text{ coke} = 3/5 \text{ af } 5 \text{ coke}$$

$$1/2 \text{ af } 4 \text{ coke} + 2/3 \text{ af } 3 \text{ coke} = 4 \text{ af } 7 \text{ coke} = 4/7 \text{ af } 7 \text{ coke}$$

Gentaget og omvendt sammenlægning af per-tal fører til

Integration:  $T_2 = T_1 + a \cdot b$ ;  $T_2 - T_1 = +a \cdot b$ ;  $\Delta T = \sum a \cdot b = \int y \cdot dx$

Differentiation:  $T_2 = T_1 + a \cdot b$ ;  $a = (T_2 - T_1) / b = \Delta T / \Delta b = dy/dx$

## T1 Fremadregning kan vendes til tilbageregning $x^3 + 2 = 14 \rightarrow (x^3) + 2 = 14 \rightarrow x = (14 - 2) / 3$

Fremadregning  $4^3 = ?$  kan vendes til tilbageregning (en ligning)  $?^3 = 12$  eller  $x^3 = 12$ .

$$\begin{array}{l} \text{frem: } x \xrightarrow{\cdot 3} 12 \quad \text{tilbage: } 4 \xleftarrow{/3} 12 \end{array}$$

Også gentaget beregning  $4^3 + 2$  kan vendes:

$$\begin{array}{l} \text{from: } x \xrightarrow{\cdot 3} x^3 \xrightarrow{+2} (x^3) + 2 \\ \text{tilbage: } 4 \xleftarrow{/3} 12 \xleftarrow{-2} 14 \end{array}$$

Frem- og tilbageregning kan danses på gulvet eller opstilles i kolonner i et regneskema som FLYT & VEND metoden: Flyt over og vend regnetegnet.

<b>a = ?</b>	<b>T = b + a * n</b>
T = 80	T = b + (a * n)
b = 20	T - b = a * n
n = 5	(T - b) / n = a
	(80 - 20) / 5 = a
	<b>12 = a</b>
<b>Kontrol:</b>	80 = 20 + 12 * 5
	80 = 80 ☺

## T2 Stakke i tid kan variere med konstant eller variabel tilvækst

En mangfoldighed kan være konstant eller variabel. En variabel mangfoldighed har både et niveau T og en variation, eller tilvækst,  $\Delta T = T_{\text{slut}} - T_{\text{beg}}$

Tilvæksten af en stak  $T = c \cdot b$  kan være et tal eller en %:

$$\Delta T = \Delta c \cdot b + c \cdot \Delta b \quad (+ \Delta c \cdot \Delta b), \text{ eller } \Delta T / T \approx \Delta c / c + \Delta b / b$$

Tilvæksten kan være konstant eller variabel:

tal	$\Delta T = a$	$T = b + a \cdot x$
procent	$\Delta T = r \cdot T$	$T = b \cdot (1+r)^x$
tal & %	$\Delta T = r \cdot T + a$	$T/a = R/r, 1 + R = (1+r)^x$
voksende tal	$\Delta T = b + a \cdot x$	$T = 1/2 \cdot a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
forudsigelig	$dT = y \cdot dx$	$T = b + \int y \cdot dx, y = T'$

## S1 Stakke i rum kan omformes, gøres runde mm.: $a \cdot b = (a \cdot b / c) \cdot c = \sqrt{(a \cdot b)^2}$ ; $a = a / b \cdot b = \tan A \cdot b$

Et område kan opdeles i mangekanter, så i trekanter og til sidst i retvinklede trekanter, halv-stakke.

En  $a \cdot b$  stak har areal  $a \cdot b$ , og en diagonal med længde c som findes af Pythagoras  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Vinklen kan findes ved  $\tan A = a / b$ , som ombundter a i b'ere.

Et kvadrat med diameter d har omkredsen  $c = d \cdot 4 \cdot \sin(180/4)$ .

En cirkel med diameter d har omkredsen  $c = d \cdot n \cdot \sin(180/n) = d \cdot \pi$ , hvor  $n \rightarrow \infty$ .

## S2 Former og positioner kan forudsiges når de placeres i et gitter

I en  $a \times b$  stak har øverste højre hjørne P koordinaterne  $P(b,a)$ .

En geometrisk figur har punkter  $P(x,y)$ , hvor

En skrå ret linie:	$y = a \cdot x + b$
En lodret ret linie:	$x = c$
En cirkel med radius r:	$(x/r)^2 + (y/r)^2 = 1$
En ellipse med radius a og b:	$(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$
En hyperbel:	$y \cdot x = a$
En parabel:	$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Hvis  $P_0(x,y) = (3,4)$  og hvis  $\Delta y/\Delta x = 2$ , så er  $P_1(8,y) = (x+\Delta x, y+\Delta y) = ((8-3)+3, 4+2 \cdot (8-3)) = (8,14)$ .

Computere kan beregne både tal, talsæt (vektorer) og vektorsæt (matricer)

## KL Kvantitativ litteratur: Fakta, fiktion og fidus

Kvantitativ litteratur forekommer inden for algebra (genforening), geometri (jordmåling), økonomi og naturlære, hvor den er grundlaget for den moderne tid ved at kunne forudsige en fysisk masses adfærd i rum og tid.

Der er tre genrer for kvantitativ litteratur:

- Fakta er 'da-så' beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det beregnelige:

'Da prisen er 4 kr/kg, så koster 6 kg  $6 \cdot 4 = 24$  kr'.

- Fiktion er 'hvis-så' beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det uberegnelige:

'Hvis indkomsten er 4 mio\$/år, så vil 6 års indkomst være  $6 \cdot 4 = 24$  mio\$'.

- Fidus er 'hvad-så' beregninger, som kvantificerer det ikke-kvantificerbare:

'Hvis konsekvensen 'brækket ben' K sættes til 2 mio\$, og hvis sandsynligheden S sættes til 30%, så vil risikoen R være  $R = K \cdot S = 2 \cdot 0.3 = 0.6$  mio\$'.

Der er tre handlemuligheder over for kvantitativ litteratur: Fakta kontrolberegnes, fiktion scenarieberegnes, fidus henvises fra kvantitativ behandling i talsproget til kvalitativ behandling i talesproget.

## PoMo Hvad er forskellen på moderne og postmoderne matematik?

Her sammenlignes moderne mængdematematik med postmoderne mangfoldighedsmatematik. Moderne matematik har mængden som sit grundbegreb og fremstiller matematikken oppefra som eksempler på abstraktioner, Postmoderne (og førmoderne) matematik har mangfoldigheden som sit grundbegreb og fremstiller matematikken nedefra som abstraktioner fra eksempler

## GE Kan geometriens begreber også opstå i laboratoriet?

Geometri betyder jordmåling. Et område kan opdeles i mangekanter, så i trekanter og til sidst i retvinklede trekanter, halv-stakke. En  $a \times b$  stak har areal  $a \cdot b$ , og en diagonal med længde  $c$  som findes af Pythagoras  $a^2 + b^2 = c^2$ . Vinklen kan findes ved  $\tan A = a/b$ , som ombundter  $a$  i  $b$ 'ere. Også rummåling hører under geometri, hvor kantede og runde former har overflader og rumfang. GN giver en eksperimenterende opbygning af geometrien som supplement til S1.

Appendiks C giver en beskrivelse af studieformen pyramideundervisning samt forslag til dagsordner for 12 læringsmøder med mangfoldigheden, omfattende faglige opgaver, rutineopgaver og didaktiske opgaver.

## 0. Talesprog & talsprog, sand & falsk abstraktion, fortolkning & forførelse

Inden for demokratiet er det vigtigt at skelne mellem information og debat. Inden for videnskab er det vigtigt at skelne mellem forskning og fortolkning. Inden for sprog er det vigtigt at skelne mellem sprog og metasprog, og mellem talesprog og talsprog. Inden for matematik er det vigtigt at skelne mellem sande og falske abstraktioner.

### 0.1 Demokratiets IDB

Demokrati er et valg mellem alternativer gennem en IDB-proces. Først informerer vi sig om alternativerne, så debatteres alternativerne og til sidst træffes en beslutning. Information er forhold som ikke kan være anderledes og afsluttes derfor med et udråbstegn "!"". Debat er forhold som kan være anderledes og afsluttes derfor med et spørgsmålstegn "?".

I det første demokrati, det græske, underviste de vidende, sofisterne (sophia betyder viden på græsk), i forskellen på information og debat, på natur og vedtægt, på logos og nomos. Nutidens sofister hedder postmodernister eller poststrukturalister. De udviser skepsis over for metafortællinger, eller sagt på en anden måde, de skelner mellem naturlig korrekthed og politisk korrekthed, som f.eks. illustreres i "blyantsdilemmaet":

### 0.2 Blyantsdilemmaet

Anbragt mellem en lineal og en ordbog kan en blyant udpege sin længde, men ikke sin betegnelse. Sætningens grundled, tingen, kan altså selv falsificere et tal-udsagn om sin længde, men ikke et ord-udsagn om sin betegnelse. Tal-udsagn om længde kan derfor udtrykke en naturlig korrekthed, der kan danne basis for forskning, dvs. for validerbare udsagn baseret på troværdige data. Ord-udsagn kan kun udtrykke en politisk korrekthed, en fortolkning, som hvis den bliver fremført som forskning bliver til forførelse. Heraf den postmoderne grundsætning: "Der findes ingen sandhed kun forførelse".

### 0.3 Talesprog og talsprog

Ved hjælp af en lineal og en ordbog kan vi sætte tal og ord på ting, ting kan itale-sættes i vort tal-sprog og ting kan itale-sættes i vort talesprog. Vi har således både ord-sætninger med grundled, udsagnsled og genstandsled; og tal-sætninger, ligninger, med tal, lighedstegn og regnestykker. Men også sætninger kan gøres til genstand for beskrivelse fra et over-sprog, et meta-sprog. Talesprogets meta-sprog hedder grammatik, og talsprogets meta-sprog hedder matematik. Metasproget beskriver sproget, og sproget beskriver verden.

Vore to sprog og deres metasprog kan opfattes som et sprog-hus med to etager: I nederste etage bruges sproget til at beskrive verden, og i den øverste etage bruges metasproget til at beskrive sproget. Bruges metasproget til at beskrive verden opstår der syntaksfejl som "Udsagnsordet drak for meget". Matematik beskriver altså ikke verden, matematik beskriver talsproget, og talsproget beskriver verden.

		SPROGHUSET		
<i>META-SPROG</i>	GRAMMATIK	Grundled	Konstanter og variable	MATEMATIK
<i>SPROG</i>	TALE-SPROG	Blyanten er rød	Areal = længde*bredde	TAL-SPROG
<i>VERDEN</i>		TING I TID OG RUM		

### 0.4 Falske og sande abstraktioner

I matematik findes forskning og fortolkning i form af sande og falske abstraktioner. En abstraktion er sand, hvis alle dens eksempler er sande. En abstraktion er falsk hvis nogle af dens eksempler er falske.

Udsagnet " $2+2 = 4$ " er en falsk abstraktion da f.eks. 2uger + 2 dage = 16 dage, og 2 m + 2 cm = 202 cm.

Udsagnet " $2*2 = 4$ " er en sand abstraktion da 2 toere altid kan omtælles til 4 enere.

### 0.5 Mate-matik nedefra og meta-matik oppefra

Matematik nedefra efter naturmetoden opbygger talsproget og dets grammatik, matematikken, på et forførelsesfrit grundlag som er naturlig korrekt og ikke kun politisk korrekt. Matematik nedefra efter naturmetoden kunne også kaldes mangfoldighedslære, hvis opgave det er at beskrive mangfoldighed med tal som kan optælles eller beregnes, og som kan være konstante eller variable. Matematik som begrundes sig ved henvisning til sig selv kunne modsat kaldes "metamatik" oppefra.

## Studiets organisering

En studiegruppe består af en lærer og 8 studerende som mødes fire semestre med to seminarer pr. semester hver på ½ dag. Første og sidste seminar er på 1 dag.

## Pyramideundervisning

**Makkerpar.** Hver studerende finder en makker at danne makkerpar med. Makkerparret er fælles om at løse periodens didaktiske opgave, og fælles om at opponere på en didaktisk opgave fra et andet makkerpar, som findes inden for periodens teampar. Et makkerpar opstiller, udveksler og retter indbyrdes et sæt rutineopgaver. Et makkerpar mødes en gang om ugen.

**Team.** Hvert makkerpar finder et andet makkerpar at danne team med. Teamet er fælles om at løse periodens faglige opgave. Dette arbejde tilrettelægges på periodemødets team-time. Teamet mødes en gang om ugen til undervisning varetaget af periodens instruktør.

**Instruktørpar.** Hvert team udpeger hver periode på skift en periodeinstruktør som står for periodens undervisningen. En instruktør virker i to perioder, oplæringsperioden og instruktionsperioden. Instruktørparrets makkerpar danner et midlertidigt makkerpar i instruktionsperioden.

Oplæringsperioden begynder med en times instruktion af læreren på et periodeseminar. Herefter mødes instruktørparret en gang om ugen med hinanden og en gang om ugen til konference med læreren. Ved det følgende seminar underviser instruktørparret.

I instruktionsperioden underviser instruktøren sit team en gang om ugen, mødes med makkeren en gang om ugen og mødes til konference med læreren en gang om ugen. Instruktørparret er fælles om at aflevere en didaktisk rapport om deres undervisning i stedet for periodens didaktiske rapport. Læreren opponerer på instruktørparrets didaktiske opgave.

For den enkelte studerende betyder denne organiseringsform to ugentlige møder, et med makkeren og et med teamet. Hvis vi er instruktør kommer hertil et konferencemøde med læreren.

Periodens didaktiske opgave er en træning til det endelige eksamensprojekt. Samt et middel til at opnå uddannelsens endelige mål, at uddanne den studerende til en fagdidaktiker, som kan observere, reflektere og arbejde i team.

## Periodens seminar

De 2\*4 4-timers periodeseminarer vil typisk have følgende dagsorden:

Lektion 1+2: Introduktion til periodens fagbilag. Instruktørpar 8 underviser alle.

Lektion 2: Fællessang. Afslutning af periode 7. Instruktørpar 7 fremlægger deres instruktør opgaver. Team3 fremlægger et afsnit fra appendiks A samt en fagdidaktisk artikel.

Lektion 3: Team-dannelse og TeamTime. Der dannes makkerpar mhp. den didaktiske opgave. Der dannes teams mhp. den faglige opgave. Gensidig opponering aftales. Teamet mødes og aftaler arbejdsgangen for næste periode. Læreren underviser instruktørpar 9.

## Periodens arbejde

Der vil være to ugentlige møder, et didaktisk møde med makkeren om den didaktiske opgave, et med fagligt møde med teamet om den faglige opgave. Instruktørparrene 8 og 9 har desuden en ugentlig instruktorkonference med læreren. Eventuelle spørgsmål stilles til teamets instruktør.

Et fagligt møde vil typisk bestå af et undervisningsforløb og et opgaveregningforløb. Instruktøren står for undervisningen som gerne må omfatte besvarelsen af opgaver udleveret til teamet ugen forinden.

Uge 1+2. 1) Læs periodens fagbilag samt relevante dele af lærebogen. 2) Løs periodens rutineopgaver og send et opgavesæt til din makker. Nedskriv observationer i en logbog, og vær særlig opmærksom på eksempler på assimilering og akkommodering (genkendelse og erkendelse), dvs. hvor du kan genbruge eller må ændre eksisterende tænkemåder. 3) Påbegynd løsning af den faglige opgave og nedskriv undervejs observationer i en logbog. 4) Påbegynd løsning af den didaktiske opgave og nedskriv undervejs observationer i en logbog. I stedet for den didaktiske opgave skriver instruktørerne en instruktør opgave, som er en didaktisk projektopgave der beskriver, analyserer og vurderer periodens instruktion og som indeholder både observationer og fagdidaktiske referencer.

Uge 2+3. 1) Regn det modtagne rutineopgavesæt og returner det til makkeren. 2) Færdiggør den didaktiske opgave. Besvarelsen skal have kronikformat (ca. 10.000 anslag). Indlæg opgavebesvarelsen i tråden



”periode9” i mappen ”didaktiske opgaver” og send den til opponenteren. 3) Færdiggør den faglige opgave. Indlæg opgavebesvarelsen i tråden ”periode9” i mappen ”faglige opgaver” og send den til opponenteren.

Uge 4+5. 1) Der opponeres på den didaktisk opgavebesvarelse fra opponenteren. Kommentarerne indeholder en beskrivelse, analyse og vurdering. De er detaljerede og fylder ½ kronik (ca. 5.000 anslag). 2) Det modtagne rutineopgavesæt rettes, kommenteres og returneres til makkeren. 3) Instruktørparrene opponerer på hinandens projektopgaver, som fremlægges på næste møde. Kommentarerne indlægges i tråden ”periode8” i mappen ”didaktiske opgaver”. Nedskriv undervejs observationer i en logbog. 4) Hvert instruktørpar opponerer på de faglige opgaver fra det andet instruktørpars teams. Kommentarerne indlægges i tråden ”periode8” i mappen ”faglige opgaver”.

Uge 5+6. Udvidelse af personlig arbejdsportfolio. Indsæt bl.a. 1) periodens didaktiske opgave og opponenterens svar, 2) periodens faglige opgave, 3) refleksionsbrevet til kusine Lise, som sendes i kopi til læreren. 4) Næste seminar forberedes ved at læse det indlagte materiale.

### **Eksamensprojekt**

I eksamensprojektet udvælges en af de didaktiske opgaver, som gives en uddybende beskrivelse analyse og vurdering under anvendelse af IDB-princippet. IDB-princippet indeholder 3 faser: Information, Debat og Beslutning. I informationsfasen informere man sig om hvilke alternativer der findes inden for det valgte område. I debatfasen diskuteres disse alternativer i form af didaktiske mål-middel overvejelser. Endelig træffes en beslutning om hvordan tilrettelæggelsen skal være, næste gang der undervises i det pågældende emne hvorefter denne beskrives i detaljer. Eksamensprojektet vil typisk fylde 5000 ord.

Projektet afsluttes med at lave et udkast til et undervisningsforløb over 15-20 timer, som indeholder

- planer for hver uge (3 timer), herunder forslag til hjemmeopgaver.
- mulighed for tværfaglig undervisning med et eller flere andre fag.
- referencer til relevant didaktisk og pædagogisk teori.