

Kontingensforskning i matematikundervisning

Allan Tarp, kontingensforsker, 2013

Hvad er kontingensforskning?

Kontingensforskning afdækker skjulte forskelle, som afslører formynderi, der fremstiler vedtægt som natur. Metoden består af skepsis over for herskende talemåder, diskurser: Er diskursens korrekthed baseret på natur eller på vedtægt, og da hvis vedtægt? Og på 'grounded' dekonstruktion: Hvordan konstrueres et alternativ, rodfæstet i natur i stedet for i vedtægt? Den teoretiske baggrund hentes i republikkens modtænkning til enevældens formynderi, dels fra amerikansk Grounded Theory, dels fra fransk poststrukturalisme. Den opdagede forskel gør ofte en forskel for læringen. Derfor er kontingensforskning ikke velset i skoleformer, som ønsker at bruge faget til at udsortere statens elite.

Kontingens i matematikundervisning

Inden for matematikundervisning har kontingensforskning opdaget skjulte forskelle både inden for matematik og inden for undervisning. Eksempler findes på MATHeCADEMY.net og på Mellemskolen.net.

Inden for matematik har kontingensforskning afdækket forskellen på mate-matik, meta-matik, som indeholder tvivlsomme definitioner, og mate-matisisme, som indeholder tvivlsomme udsagn.

Matematisme er en betegnelse for matematik, som er sandt og i biblioteket, men ikke i laboratoriet. Eksempelvis er $2+3 = 5$ matematisme, da det findes utallige modeksempler i laboratoriet: 2uger + 3dage = 17 dage, $2m+3cm = 203cm$ osv. Derimod er $2*3 = 6$ matematik, da 2 3ere kan optælles som 6 1ere.

Meta-matik er en betegnelse matematik, som er vendt på hovedet ved at definere begreber 'oppefra' som eksempler på abstraktioner, hvor matematik historisk er opstået 'nedefra' med begreber abstraheret fra eksempler. Eksempelvis defineres en funktion oppefra som et eksempel på en mængderelation, og nedefra som regnestykker, der indeholder faste og variable tal.

Matematikens to hovedområder er geometri og algebra. Geometri betyder jordmåling på græsk, og algebra betyder genforening på arabisk, hvor arabertallene viser tre af de fire foreningsteknikker, plus, gange og potens: $234 = 2*10^2 + 3*10 + 4$. Dvs. geometri og algebra har rødder i de to overlevelsesspørgsmål 'Hvordan deler vi jorden og det, den producerer?' Kort sagt: matematik er en naturvidenskab, der udforsker det naturlige faktum Mange og dets forekomst i rum og i tid.

Men også algebra og geometri indeholder fællestræk, hvis navngivning tilføjer faget nye lag af abstraktioner. Omkring år 1800 opstod abstraktionen 'mængde', som har den egenskab, at alle matematikkens begreber kan defineres som eksempler på mængder. Dette skabte meta-matikken i form af en mængde-matematik, der ikke induceres nedefra, men deduceres oppefra. Og som derved bliver selv-refererende, så faget ikke mere behøver omverdensreference.

Troede man da, indtil Russell påviste, at selv-reference strander på det klassiske løgner-paradoks 'denne sætning er usand', som er sand, hvis den er usand, og modsat. Som selvreference valgte Russell mængden af mængder, der ikke er element i sig selv. Og som netop har den genskab, at den er element i sig selv hvis og kun hvis den ikke er:

Hvis $M = \{A \mid A \notin A\}$, så er $M \in M \Leftrightarrow M \notin M$.

Russell løste paradokset med en typeteori, som skelner mellem abstraktioner og eksempler. Men som medførte, at brøker ikke kan betragtes som tal. Dette kunne meta-matikken ikke acceptere, og indførte i stedet en ny mængdelære, der ophæver forskellen mellem abstraktioner og eksempler. Herved bevares muligheden for selvreference, men samtidig ændres mate-matik til 'meta-matisisme', som er en betegnelse for en sammenblanding af meta-matik og mate-matisisme.

Opdagelsen af forskellen på matematik og matematisme rejser spørgsmålet: Er 'matematik-undervisning' undervisning i matematik eller i metamatisme?

Metamatik-undervisning forekom tidligere på matematik C på HF, hvor begreberne lineær og eksponentiel funktion blev defineret som eksempler på begrebet funktion, der blev defineret som et eksempel på en mængderelation. Dette førte til så lave karakterer ved skriftlig og mundtlig eksamen, at der var planer om at afskaffe faget som obligatorisk fællesfag ved reformen i 2005. Kontingensforskning viste imidlertid, at læringsproblemerne forsvandt ved at erstatte metamatik med matematik: Formlerne $y = b + a \cdot x$ og $y = b \cdot a^x$ kan også fremstilles som abstraktioner nedefra fra vækst med konstant tilvækst eller med konstant vækstprocent, hvilket også kan kaldes PLUS-vækst og GANGE-vækst.

Ligeledes påvistes, at begreber, der defineres oppefra som eksempler på abstraktioner, har meningsformen 'Bublibub er et eksempel på Bablibab'. En sådan kan læres udenad, men afvises af unge, som efterspørger mening og autenticitet i konstruktion af deres selvidentitet i et postmoderne informationssamfund.

Som metode brugte kontingensforskningen begrebsarkæologi, der søger begrebers historiske rødder. Denne viste, at hvor mængdebegrebet stammer fra ca. 1870, stammer funktionsbegrebet fra omkring 1750, hvorfor både differential- og integralregning blev udviklet uden noget funktionsbegreb, men i stedet skabte dette, da disse regningsarter netop regner, ikke på tal, men på regnestykker bestående af både faste og variable tal, som da senere kaldes for funktioner.

Undersøgelsens konklusion var altså, at funktionsbegrebet bør fjernes fra både C og B-niveauet. Ved reformen i 2005 blev det dog kun fjernet fra C-niveauet, som til gengæld forblev et obligatorisk fag på HF. Desværre er det bibeholdt på B-niveauet med det resultat, at hver tredje dreng dumper til eksamen.

Matematisme-undervisning findes ved plusning af brøker, hvor faget påstår, at $1/2 + 2/3 = 7/6$ er en universal sandhed til trods for at $1/2$ af 2 flasker + $2/3$ af tre flasker er $3/5$ af 5 flasker og naturligvis aldrig vil kunne give 7 flasker ud af 6.

Matematisme undgås ved at medtage enheder ved

plusning. F.eks. mistede USA to Mars-sonder, inden man opdagede, at nogle underleverandører angav tal i cm og andre i tommer.

Brøker har rod i 'per-tal': $3\text{kr}/5\text{kg} = 3/5 \text{ kr/kg}$. Og brøkgregning har rod i opsummering af per-tal som f.eks. i blandingsregning: '4kg á 5 kr/kg + 6 kg á 7 kr/kg er totalt 10 kg á ? kr/kg', et svar som helt naturligt findes som arealet under per-tals kurven, dvs. ved integration. Indført som plusning af per-tal bliver både brøkgregning og integralregning tilgængelig for alle, og bliver oven i købet muligt på C-niveauet med en billig grafregner.

Samtidig fuldender plusning af per-tal algebraen grundprojekt: opsamling af enkelttal til totaler or opdeluing af totaler i enkelttal: Komstante og variable styktal opsummers med plus og gange, og variable og konstante per-atl opsummers med integration og potens.

Matematik som naturvidenskab om Mange

De forskellige grader af Mange 'ital-sættes' ved tælling, eller ved regning, som er hurtigere.

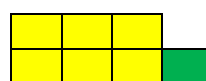
1.ordens tælling omdanner pinde til ikoner, hvor der er fem pinde i fem-ikonet 5 osv. indtil ti.

2.ordens tælling, ikon-tælling, optæller totalen T i ikon-bundter, f.eks. $T = 3 \text{ 5ere}$. 3.ordens tælling, ti-tælling, optæller totalen i ti-bundter.

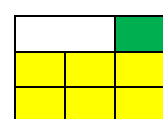
Traditionel undervisning omfatter kun 3.ordens ti-tælling, hvilket skjuler to eksempler på kontingens: talsymboler som ikoner og ikon-tælling.

Lad os gå på opdagelse med ikon-tælling.

Optælling af 7 1ere i 3ere sker ved at bundte og stakke i 3ere, hvilket resulterer i 2 3-bundter og 1 ubundet. Dette kan skrives som $T = 2 \text{ 3ere} + 1$, eller som $T = 2.1 \text{ 3ere}$ eller $2 \frac{1}{3} \text{ 3ere}$, afhængigt af, om den ubundtede anbringes ved siden af stakken med 3-bundter som en stak af 1-bundter, eller optælles som $1/3 \text{ 3er}$ og anbringes oven på stakken af 3-bundter.



$T = 2.1 \text{ 3ere}$



$T = 2 \frac{1}{3} \text{ 3ere}$

De naturlige tal er således decimaltal forsynet med enheder, altså 3.2 tiere i stedet for blot 32. Decimaltal kommer således før brøktal, som blot er en anden skrivemåde for et decimaltal: $2/7 = 0.27$ ere; en definition, som løser Russells paradoks ved at gøre brøker til tal uden at indføre en mængdelære, som ikke skelner mellem begreber og abstraktioner.

Efter optælling følger sammentælling, plusning. Et ti-bundt kan kun plusses oven-på, hvorimod et ikon-bundt kan plusses både oven-på og ved-siden, dvs. både lodret og vandret.

Ved vandret plusning vil 2 3ere og 2 4ere give 2 7ere. Og 3 2ere og 1 4er vil give 1.4 6ere.

Ved lodret plusning skal enhederne være ens. Dvs. 3 2erne skal omtælles til 1.2 4ere eller 1 4er skal omtælles til 2 2ere, så summen bliver 2.2 4ere eller 5 2ere.

Med ikon-bundter udgør vandret plusning roden for integration, og lodret plusning roden for proportionalitet, som også kan kaldes enhedsskift.

Regningsarterne forudsiger optælling: Plus forudsiger opsamling af uens enkelttal: 2kr og 3 kr og 4 kr giver totalt T kr. Forudsigelse: $T = 2+3+4$.

Gange forudsiger opsamling af ens enkelttal: 2kr + 2kr + 2kr + 2kr + 2kr = 5 gange 2kr = T. Forudsigelse: $T = 5*2$.

Potens forudsiger opsamling af ens per-tal: 5 gange 2% er totalt T%. Forudsigelse: $1+T = 102\%^5$.

Integration forudsiger opsamling af forskellige per-tal: 2kg á 7kr/kg + 3kg á 8kr/kg er totalt T kr. Forudsigelse: $T = 7*2 + 8*3 = \sum \text{kr/kg} * \text{kg} = \int p * dx$.

Omvendte regningsarter findes til alle regningsarter, og forudsiger til at opdele en total i enkelttal, dvs. forudsiger løsningen til de fire tilbageregninger (ligninger) $8 = 2+x$, $8 = 2*x$, $8 = 2^x$, $8 = x^2$ og $x^2 = \int p * dx$.

Optælling af totalen $T = 6$ 2ere i 3ere sker ved at borttage 3ere og kan forudsiges af formlen $T = (T/3)*3$, eller med uspecificerede tal: $T = (T/b)*b$.

Denne enhedsskift-formel findes overalt i faget, f.eks. ved proportionalitet, ved trigonometri $a = (a/c)*c = \sin A * c$, ved differentialregning: $dy = (dy/dx)*dx = y' * dx$ mm.

Kontingens inden for skoleformer

Inden for undervisning har kontingensforskning afdækket forskellen mellem linje- og blokopdeling. Ved blok opdelt undervisning sammensætter den lærende selv sit daglige halvårsskema. Ved linjeopdelt undervisning påtvinges den lærende flerårige fagkombinationer.

Blokopdelt undervisning anser unge for myndige og udstyret med talenter, som skolen skal afdække og udvikle gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsskemaer. Og med hyppige skriftlige prøver, som alle kan tages om. Linjeopdelt undervisning anser den lærende for at være umyndig med behov for formynderi via en påtvunget fagkombination med en eksamen, som ikke kan tages om.

EU fastholder linjeopdelt skoler, som blev skabt af den preussiske enevælde omkring 1800 med tre formål: befolkningen skal holdes uoplyst, så den ikke forlanger demokrati som i Frankrig; nationalfølelsen skal vækkes, så det tyske 'folk' kan bekæmpe det franske 'folk' og dets demokrati; og folkets elite skal udsorteres og dannes til en ny 'videns-adel', som kan erstatte den gamle jordadel, der ikke formåede at stoppe demokratiet i at brede sig fra Frankrig.

Uden for EU er den internationale skolestandard sat af de Nordamerikanske republikkers blokopdelte oplysningskoler, der oplyser så mange som muligt så meget som muligt og udvikler de lærendes individuelle talenter.

Den teoretiske baggrund

Kontingensforskning bygger på skepsis over for formynderi, hvor vedtægter præsenteres som natur.

I antikkens Grækenland var der en debat for og imod formynderi mellem de vidende, sofisterene, og de bedre-vidende, filo-sofisterne eller filosofferne. Sofisterne hævdede, at for at praktisere demokrati, må en befolkning være oplyst om forskellen mellem natur og vedtægt for at undgå at

formynderi af vedtægter præsenteret som natur. Filsofferne påstod, at vedtægt ikke fandtes, da alt fysisk er eksempler på metafysiske former, som kun kan ses af filosoffer uddannet på Platons akademi, og som derfor bør være folkets formyndere.

Det græske demokrati var finansieret af sølvminer, og forsvandt med sølvet. Platons akademi overlevede indtil den kristen kirke omdannede dem til klostre, som senere igen blev omdannet til akademier efter reformationen.

Den næste skepsis mod formynderi kom fra Brahe, Kepler og Newton. Brahe bragte autoriteten tilbage til laboratoriet ved at udarbejde tabeller for planeternes bevægelse mellem stjernerne. Brahes tabeller dannede grundlag for Keplers hypoteser, som dog kun kunne validere ved opsendelse af nye planeter. Gennembruddet kom med Newton, som i stedet brugte faldende æbler til at validere sin naturvidenskab: Månen bevæger sig ikke mellem stjernerne, den falder mod jorden ligesom æblet styret, ikke af en uberegnelig metafysisk vilje, som kirken hævdede, men af sin egen vilje, tyngdekraften, som er beregnelig via en formel.

Newtons opdagelse lagde grunden til Opsynstiden: Når faldene æbler og måner adlyder deres egen vilje og ikke en formynders, kan mennesker også følge egen vilje og erstatte kirkens og kongen dobbeltformynderi med demokrati.

To demokratier blev installeret, et i USA, som stadig har sit første republik; og et i Frankrig, som nu har sin femte republik, gang på gang væltet af de tyske naboer.

I den amerikanske republik er forskning baseret på pragmatisme, som er skeptisk over for filosofi og som har overført den naturvidenskabelige metode til sociologi som Grounded Theory, hvor kategorier rodfæstes i observationer, og kategoriudsagn valideres gennem deducerede forudsigelser.

Modsat den amerikanske ser den franske republik sig truet af ydre og af indre kræfter. Dette har ført til poststrukturalisme, en fransk udgave af sofisternes advarsel mod formynderi gennem vedtægter præsenteret som natur.

Derrida advarer således mod skjult formynderi i vores mest fundamentale institution, ordet. Ord, som ikke etiketterer, men installerer det benævnte, bør dekonstrueres.

Lyotard bruger betegnelsen postmoderne til at advare mod sætninger, der påstår at bygge deres korrekthed på natur i stedet for vedtægt.

Foucault bruger betegnelsen pastoral magt til at advare mod discipliner, dvs. talemåder, diskurser, om mennesket, som hævder at udtrykke naturlig korrekthed. I stedet virker discipliner disciplinerende, dels på sig selv, så man kun kan forske på disciplinen i stedet for på omverdenen; dels på sit grundled, mennesket, som disciplinerne indespærrer i et identitetsfængsel, hvoraf det kun kan undslippe gennem diskursens frelser-institution: kirken, skolen, sygehuset, fængslet, barakken mm.

Endelig påviser Bourdieu hvordan overgangen fra industrisamfund til informationssamfund skaber en ny kapitalform, videnskapskapital, hvorom der kæmpes lige så indædt som om den økonomiske kapital. Igen er der udbyttere og udbyttede. Men denne gang er udbytterne en ny videns-adel, en mandarin-klasse, som besætter stillingerne i statens centraladministration, og som infiltrerer de politiske partier for at beskytte enevældens linjeopdelte skoler, som sikrer, at kun mandarinbørn klarer sig godt i skolen og dermed får de gode offentlige embeder. Og som især beskytter matematikfaget, da dette er yderst effektivt til at udsortere mandarinbørn.

Hvordan arbejder en kontingensforsker?

Det linjeopdelte universitet har bevaret klostrets arkitektur og arbejdsmåde. Forskerne sidder i celler på lange gange og arbejder som kommentatorer, der kommenterer kommentarer til gangens diskurs.

Republikkens blokopdelte universitet forsker i omverdenen, ofte gennem aktionsforskning, som støtter lokale forandringsagenter med at indføre ændringer. I EU har kontingensforskning som provokationsforskning gennem etnografi, der provokerer sociale systemer ved at påvise skjult formynderi gennem vedtægter præsenteret som

natur. Dels på makroplan, som f.eks. blokdelte skoler som alternativ til linjeopdelte. Dels på mikroplan med alternative begreber, metoder, viden som alternativ til den herskende ortodoksi.

Personligt er min disputats i Matematik som naturvidenskaben om Mange er tilgængelig på MATHeCADEMY.net. Den blev afvist på danske universiteter, hvor personer ikke behøver at have udarbejdet hverken en phd-afhandling eller en disputats for at blive professorer, der så kan udføre diskurspleje og afvise disputats uden for den herskende diskurs.

Jeg fortsætter derfor mit arbejde som etnograf i feltet med at afdække kontingens til at afsløre skjult formynderi gennem vedtægter præsenter som natur.

Aktuelt har jeg tre anbefalinger til matematikundervisningen i den danske sekundære skole:

- 1) Kontingensforskning reddede C-niveauet ved at anbefale funktionsbegrebets fjernelse, red B-niveauet på samme måde.
- 2) Gør matematik til et skriftligt fag som i resten af verden. Mundtlig matematik er mandarinfremmende og kønsdiskriminerende.
- 3) Blokdel matematikken i kvartalsblokke med månedlige skriftlige prøver; og med blokke som er kompatibel med den internationale standard, så unge kan få godskrevet deres blokke ved ophold i udlandet.