

3 kronikker om matematikundervisning

Allan.Tarp@gmail.com

Bevisgale matematiklærere kvæler drengenes regnetalent

Bragt i Jyllandsposten 2.3.2015

Fra matematismus til matematik

Sendt til Jyllandsposten i maj 2016, ikke bragt.

Katolsk matematik, og protestantisk

Sendt til Jyllandsposten i oktober 2016

Bevisgale matematiklærere kvæler drengenes regnetalent

Bragt i Jyllandsposten 2.3.2015

Dreng elsker at regne. Og med en tidssvarende regneundervisning ville hver anden dreng være ingeniør som 22årig. Og dermed skabe den vækst, som politikerne så inderligt ønsker.

Men drengenes regnetalent kvæles af bevisgale matematiklærere, som byder velkommen til gymnasiet med spørgsmålet: "Hvad er vigtigst i matematik?" "At regne rigtigt vel." "Nej. Det vigtigste er beviser. Og jeg vil nu bevise, at I ikke kan regne rigtigt. Hvad er en over to plus to over tre?" En elev siger: "Ja, en og to er tre, og to og tre er fem, så svaret må være tre over fem."

"Nej!" triumferer læreren. "Brøker kan først adderes, når deres nævner er ens. Derfor skal brøken en over to først forlænges til tre over seks; og brøken to over tre skal forlænges til fire over seks. Nu har begge brøker nævneren seks, og de kan derfor adderes til brøken syv over seks!"

"Jamen, ét æble blandt to frugter plus to æbler blandt tre frugter er da tre æbler blandt fem frugter, og kan da aldrig give syv æbler blandt seks frugter?"

Hvortil læreren overbærende bemærker: "Kære klasse, som jeg netop har bevist, har folkeskolen ikke formået at lære jeg brøkgregning, så før vi går i gang med matematikkens smukke beviser, er jeg åbenbart nødt til at give jer et kursus i brøker, som vi her kalder rationale tal."

Senere tager læreren så fat på geometrien: "Kender I Pythagoras læresætning?" "Ja, den har vi allerede regnet mange stykker med." "Men kan I også bevise den?" Det kan klassen ikke, og ser i øvrigt ingen grund til at bevise en læresætning, som har overlevet flere tusinde år uden at blive modbevist.

"Desværre bygger beviset på multiplikation af parenteser, og det har folkeskolen heller ikke lært jer, så derfor tager vi først et kursus i grundlæggende algebra."

Sådan forløber de næste år, indtil læreren afslutter sin undervisning med at give et bevis for fagets diamant, integralregningens hovedsætning. Som siger, at summen af mange små tilvæksten giver en stor tilvækst, der kan beregnes som forskellen mellem slut-tal og bgyndelses-tal. En banalitet, som kun bevisgale matematiklærere kan finde på at bevise.

Så oprinder eksamensdagen. Den skriftlige eksamen går godt ved hjælp af de nye formelregnere, som kan løse ligninger. Den mundtlige eksamen ender ofte i en katastrofe, især hvis man trækker et dræberbevis.

Det går godt, så længe eleverne kan holde sig til det, de har læst op i forberedelsestiden. Herefter går de ofte i stå til trods for byger af ledende spørgsmål fra læreren. Til sidst får de så en lille beståkarakter, for man dumper jo så nødtigt elever til en mundtlig eksamen.

For at komme ind på universitet må de unge så tage faget en gang til på gymnasial supplerings, hvor jeg nu underviser efter afsluttet gymnasiekarriere. Og hvor mange ændrer deres dumpekarakter til en topkarakter, når de bliver eksamineret i den projekt-matematik, som loven kræver.

Bevismatematikken blev nemlig forbudt ved gymnasireformen i 2005. Nu skulle de unge i stedet udvikle matematikkompetencer ved at få indsigt-baseret handleparathed. Så nu skulle vægten flyttes fra beviser til begrebsforståelse og løsning af problemer fra virkeligheden.

Men matematiklærerne fortsatte bare med deres bevismatematik. De er nemlig ikke lærere, men kandidater med en halv forskeruddannelse fra universiteter, som har indoktrineret dem med, at matematik uden beviser er utænkeligt. Og som undlader at oplyse dem om, at beviser er en blot hundrede år gammel mode i et fag med flere tusinde år på bagen.

I antikkens Grækenland var matematik en fælles betegnelse for viden om himlen, om lyd, om former og om tal. Senere blev læren om himlen og lyd til astronomi og musik. Tilbage blev kun to fag, som i dag kaldes geometri og algebra. Geometri betyder jordmåling på græsk, og da jord kan

opdeles i trekanter, handler geometri hovedsageligt om disse. Regning kaldes i dag algebra, som på arabisk betyder at genforene.

Europas romertal var gode til at tælle med, men umulige at gange sammen. Så regnekunsten stod i stampe, indtil araberne kom med arabertal og med algebraens tekniker til at genforene tal. Tal kan forenes til en total på fire forskellige måder, da der findes fire forskellige typer tal: ens og uens styk-tal og per-tal. Uens styktal som 3 kr. og 5 kr. forenes med plus, ens styktal som 3 kr. 5 gange forenes med gange. Ens procenttal som 3% 5 gange forenes med potensopløftning, og uens pertal som 3 kr/kg og 5 kr/kg forenes via deres arealer, også kaldet integration. Omvendt kan en total opdeles i enkelttal af de modsatte regningsarter: minus, division, rod og logaritme samt differentiation.

Så matematikkens indhold, geometriens trekantsregning og algebraens genforeningsregning, er såre let at lære, men også såre let at gøre uforståelig ved at indføre uforståelige fremmedord og kræve beviser for alt. Og ved at vende matematikken på hovedet, så den i stedet for at beskrive sin omverden beskriver sig selv ved at fremstille sine begreber som eksempler på mængder. F.eks. omdøbes regnestykker til funktioner, der præsenteres som et eksempel på en mængderelation, der til hvert element i én mængde knytter netop ét element i den anden mængde.

Med mangelfuld læreruddannelse kunne danske matematiklærere søge inspiration på svenske gymnasier. Der er jo ikke særlig langt derover. Men nej tak.

Danske matematiklærere ønsker ikke at se en veltilrettelagt regneundervisning, hvor læreren først gennemgår en ny regneformel, hvorefter klassen opbygger regnerutine ved at regne lærebogens mange opgaver af forskellig sværhedsgrad.

Ej heller må en svensk kollega overvære en dansk matematiktime, hvor læreren forsøger at få et fåtal med til gennemføre et bevis for en ny formel. Og hvor lærebogen er fuld af tekst, men mangler træningsopgaver, så resten af klassen i stedet må tilbringe tiden på facebook.

Danske matematiklærere gør alt for at undgå en dialog. ”Hvorfor den megen lærersnak? Hvorfor ikke bruge timen til at eleverne kan opbygge regnerutine?” ”Af hensyn til mundtlig eksamen.” ”Det må være din spøg, der er da ingen lande, der har mundtlig eksamen i et regnefag som matematik?” ”Jo, Danmark har.”

Så kære politikere. Væksten i dansk økonomi kommer, når drengene får lov til at udfolde deres regnetalent. Derfor må beviser væk fra matematikundervisningen. Det nytter ikke at lave loven om, det blev den i 2005 uden effekt.

Løsningen er ellers såre enkel. Gør som resten af verden, afskaf mundtlig eksamen i matematik. Og tving universiteterne til at lave en samlet læreruddannelse for børn og for unge efter den model, som har givet Finland så stor succes i internationale undersøgelser.

Og tving udkantskommunerne til at vende afvandringen ved at indføre en fuld Ontario-model, så folkeskolens 7.-10. klasse omdannes til en Nordamerikansk highskole til afprøvning og udvikling af den unges individuelle talent gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af teoretisk og praktisk art. Og med direkte adgang til ingeniørskolerne. Uden om gymnasiet, hvor bevisgalskaben hurtigt får ethvert regnetalent til at visne.

Fra matematismen til matematik

Sendt til Jyllandsposten i maj 2016, ikke bragt.

'I gymnasiet skal alle lære matematik på niveau B'. Et naturligt ønske til en reform af skolens måske vigtigste fag, talsproget. Men helt urealistisk, lyder det fra fagets skriftkloge, fra formanden for underviserne, og fra undervisernes undervisere, professorerne. Og de har ganske ret. For de underviser nemlig ikke i matematik, men i 'matematismen', der gør matematikken så svær, at den bliver en effektiv eksklusionsteknik til at beskytte undervisernes vidensmonopol.

Matematik er nemlig ikke svært, tværtimod, for man skal jo ikke lære at 'matematikke', men at regne: Trekantsregning, brøkgregning, bogstavregning, osv. På græsk betyder matematik 'mestring' og antikkens pythagoræere valgte ordet som en fælles betegnelse for deres fire mestingsområder: Astronomi, musik, geometri og aritmetik. Efter at astronomi og musik er brudt ud, dækker fællesbetegnelsen nu kun geometri, der på græsk betyder at måle jord; og algebra, der på arabisk betyder at genforene tal.

Tallet 345 er en kort skrivemåde for totalen $T = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$. Vi ser, at et tal er et regnestykke, en formel, som indeholder algebraens fire regnearter til forening af tal: Plus forener forskellige tal, gange forener ens plustal, potens forener ens gangetal, og integralregning forener arealblokke.

Fordelen ved formler er, at formler forudsiger: plus-formlen $2+3$ forudsiger resultatet af at videretælle 3 gange fra 2; gangeformlen $2 \cdot 3$ forudsiger resultatet af 3 gange at plusse med 2; og potens-formlen 2^3 forudsiger resultatet af 3 gange at gange med 2.

At genforene betyder, at man også kan gøre det modsatte, at opdele en forenet total i dele. Her forudsiges resultatet af de modsatte regnearter minus, division, rod og logaritme samt differentialregning.

Opdelingsregning kaldes også tilbageregning eller ligningsløsning.

Ligningen $x+3 = 5$ opdeler totalen 5 i 3 og et ukendt tal x , der pluset med 3 giver 5, og som forudsiges af minusformlen $x = 5-3$.

Ligningen $x \cdot 3 = 5$ opdeler totalen 5 i 3 ens tal, som forudsiges af divisionsformlen $x = 5/3$.

Ligningen $x^3 = 5$ opdeler totalen 5 i 3 ens gangetal, som forudsiges af rodformlen $x = \sqrt[3]{5}$.

Ligningen $3^x = 5$ opdeler totalen 5 i et antal ens gange-3-tal, som forudsiges af logaritmeformlen $x = \log_3(5)$.

Vi ser, at en ligning let løses ved at flytte et tal til modsat side med modsat regnetegn.

Den sidste af de fire foreningsregnearter, gange&plus-regning, integralregning på latin, forener arealblokke for at kunne plusse per-tal: Med 2 kg á 3 kr/kg plus 4 kg á 5 kr/kg kan styk-tallene 2 og 4 plusses direkte til 6 kg. Derimod skal per-tallene 3 og 5 først opganges til kronetal, før de kan plusses. Da gangning skaber arealer, plusses per-tal altså ved at finde arealet under per-tals kurven i et koordinatsystem, der koordinerer algebra og geometri.

Hvis per-tals kurven er konstant, er der kun ét areal at udregne. Hvis per-tals kurven stiger, skal man plusse mange små arealstrimler. En uoverskuelig opgave, med mindre strimlerne kan skrives som tilvækster: Tallene 2, 5, 9, 6 giver tilvækst-tallene (5-2), (9-5) og (6-9), der pluset giver 6-2, altså sluttal minus starttal, da alle mellemstal bliver både lagt til og trukket fra.

Under en y-kurve vil en x-tilvækst give arealstrimlen y gange med x-tilvæksten, som så omskrives til en F-tilvækst. Summen af de mange arealstrimler kan da udregnes som én enkelt tilvækst i F mellem de to endepunkter. Så forening med gange&plus-regning har også sin modsatte regnearter, opdeling med minus&dele-regning, også kaldet tilvækstregning eller differentialregning på latin.

Foruden regnearter til at forene og opdele, omfatter algebraen også regning med uspecificerede tal og formler, såkaldte pladsholdere. Hvor regnestykket $3+5$ kan udregnes straks, kan regnestykket $3+x$ først udregnes, når vi specificerer det tal, x er pladsholder for. Tilsvarende kan formelen $y = 3+x$ indtegnes direkte i et koordinatsystem; hvorimod formelen $y = f(x)$ først kan indtegnes, når vi specificerer den formel, som $f(x)$ er pladsholder for. $f(x)$ betyder således en uspecificeret formel med x som uspecificeret tal. Følgelig er det meningsløst at skrive $f(2)$, da 2 er et specificeret tal.

Men det er blot en af mange måder, hvorpå matematik omskabes til matematisme og matematisimus.

Matematisme er matematik, som er korrekt inde i klassen, men ikke udenfor, som f.eks.

brøkregning: I klassen giver 1 over 2 plus 2 over 3 resultatet 7 over 6. Men udenfor vil 1 æble blandt 2 frugter plus 2 æbler blandt 3 frugter give 3 æbler blandt 6 frugter, og kan aldrig give 7 æbler blandt 6 frugter. Så i matematismus står det sidste s står for sludder; og u står for udefinerede begreber.

Et begreb er normalt en betegnelse, en abstraktion, for en fælles egenskab ved forskellige eksempler: Begrebet 'bord' er en fælles betegnelse for plader med fire ben; begrebet 'formel' er en fælles betegnelse for regnestykker, og begrebet funktion en fælles betegnelse for formler med et uspecificeret tal.

Men i stedet for at definere begreber nedefra som abstraktioner fra eksempler, definerer matematismen sine begreber oppefra som eksempler på abstraktioner. Alt skal defineres som eksempler på begrebet 'mængde', så begrebet funktion defineres nu som et eksempel på en mængderelation, hvor førstekomponent-identitet medfører andenkomponent-identitet.

Samtidig forbydes alle forklarende talemåder som at plusse, per-tal, gange&plus-regning, formler, mm. Algebra må ikke betyde genforening. Og censuren stopper straks artikler, der anbefaler at respektere den naturlige rækkefølge ved at undervise i integralregning før dennes omvendte regnearter.

Filosoffen Russell påviste, at mængdebegrebets selvreference gør faget ligeså meningsløst som løgnerparadokset 'Denne sætning er usand', altså en sætning, der er sand, hvis den er usand, og modsat. Men matematismen er ligeglad, for udefineret sludder af typen 'bublibub er et eksempel på bablibab' er en effektiv måde at ekskludere normalt tænkende unge, så vidensmonopolet kan opretholdes. Og meningsløsheden sikrer, at underviserne ikke kan forklare faget, men blot anbefale, at det læres udenad. Hvilket passer fint for dem, der hjemmefra ved, at vejen til et embede går over at udføre ordrer uden at spekulere over indholdet.

Matematismussens vidensmonopol brydes ved at afskaffe den mundtlige eksamen, der blot måler viljen til at lære det uforståelige udenad som generalprøve på en ansættelsessamtale til et offentligt embede. Svenskerne ryster på hovedet over, at vi gør regnefaget matematik til et snakkefag; og spørger 'Mangler I ikke ingeniører?'

Jo, det gør vi, men det er nu slut. For med matematik B for alle kan den mundtlige eksamen i matematismus erstattes af to skriftlige eksamener i algebra og geometri. Og når udefineret sludder erstattes af meningsfuld genforening af ens og forskellige styk-tal og per-tal, vil hver anden dreng være ingeniør som 22årig uanset social, etnisk eller national baggrund.

Så med matematik B for alle, og uden mundtlig eksamen, kan skatten sænkes og velfærden udbygges på samme tid.

Katolsk matematik, og protestantisk

Sendt til Jyllandsposten i oktober 2016

Matematik er svært, men uden vil det moderne samfund bryde sammen; derfor skal matematik have tilført flere midler, amen. Sådan lyder morgenbønnen på landets kloster-universiteter.

Intet kunne være mere forkert. For matematik findes nemlig ikke. Matematik er en skal, en etikette for et indhold. På græsk betyder matematik 'det vi ved noget om'. Antikkens pythagoræere valgte ordet som en fælles betegnelse for deres fire vidensområder: stjerner, lyd, former og antal.

Med astronomi og musik som selvstændige fag er matematik nu en fælles betegnelse for algebra og geometri, der på græsk betyder at måle jord opdelt i trekanter, som igen opdeles i rette trekanter. Her måles sider og vinkler med en lineal og en vinkelmåler, og procent-tabeller beregner sammenhængen mellem dem.

På arabisk betyder algebra at genforene tal. Så matematik er ligesom fysik en naturvidenskab. Fysik beskriver stof og kræfter og bevægelse. Matematik beskriver det fysiske faktum Mange.

Algebra giver svaret på 'hvor mange' ved at tælle og regne. En optalt total på 456 ser ud som et tal, men er i virkeligheden et regnestykke med tre forskellige optællinger, hvilket ses af enhederne: 4 hundreder og 5 tiere og 6 enere. Eller mere korrekt: Totalen er 4 bundter af bundter og 5 bundter og 6 u-bundtede, anbragt som tre blokke ved siden af hinanden. Vi tæller nemlig ved at bundte. Normalt bundtes i tiere, med enkelte undtagelser. Otte-ti hedder således fire tyvere på fransk og firsindstyve på dansk.

Så tal indeholder algebraens fire forenings-måder: Plus, gange, gentaget gange samt blok-regning. Eller med de officielle navne: Addition, multiplikation, potens samt integration.

Det modsatte af forening er opdeling, som forudsiges af de modsatte regnearter: minus, dele, faktorfinde og faktor-tælle samt modsat blok-regning. Eller med de officielle navne: Subtraktion, division, rod og logaritme samt differentiation.

Børn undervises i plus, minus, gange og division. De unge undervises i gentaget gange og i rod og logaritme. På gymnasiets B-niveau undervises så i blok-regning og modsat blok-regning, men desværre i omvendt rækkefølge. Denne ombytning har gjort blok-regning så svær, at bestågrænsen er sænket til 30% korrekt besvarelse for at mindske antallet af dumpere.

Men heldigvis kræver den nye gymnasireform, at alle skal have matematik B, og dermed alle fire regnearter til forening. Hvilket også nemt kan lade sig gøre. Man skal blot respektere rækkefølgen og undervise i blok-regning før modsat blok-regning, altså i integration før differentiation.

Matematik bliver let, hvis skolen accepterer, at matematik ikke er en aktivitet, men blot en fælles betegnelse for to aktiviteter, at forene mange og at måle jord. Hvilket jo også fremgår af ordene selv: man kan forene og måle, man kan ikke matematikke. Matematik er ikke et handle-ord.

Men det accepteres ikke af kloster-universiteterne, som hævder at have monopol på matematik: Der findes kun én mate-matik, vores mængde-matik, som vi alene har kontakt med og kan formidle.

Problemet er blot, at mængde-matik har vendt matematikken meningsløs ved at vende den på hovedet. Begreber er normalt abstraktioner, dvs. navne, der skelner mellem forskellige typer eksempler. Ordet 'funktion' blev således indført for at skelne mellem de to regnestykker '2+3' og '2+ måske 3', som man da skriver '2+x', hvor x så er pladsholder for et ukendt tal. Men i stedet for at præsentere begrebet som en abstraktion fra eksempler, præsenterer mængde-matikken det som et eksempel på en overliggende abstraktion: en funktion er et eksempel på en mængde-relation hvor første-komponent-identitet medfører anden-komponent-identitet. Hvilket eleverne hører som 'bublibub er et eksempel på bablibab' altså noget, som skal læres udenad, men som de fleste afviser som nonsens. Hvad det desværre også er. For filosofen Russell har påvist, at mængder medfører selvreference, hvorved faget fanges i det klassiske løgner-paradoks: Sætningen 'Denne sætning er usand' refererer til sig selv. Hvis den er sand, ja så er den usand. Og hvis den er usand, er det jo

usandt, at den er usand, altså må den være sand. Selvreference leder altså til selvmodsigelse og meningsløshed.

Men det generer ikke mængde-matikken, som i stedet ophæver forskellen på abstraktioner og eksempler. Og dermed bliver et meningsløst sprog, som ikke skelner mellem det abstrakte og det konkrete, mellem ordet æble og de saftige æbler, ordet benævner, og som kan spises, hvad ordet ikke kan.

At mængde-matikken alligevel fastholdes skyldes, at vores kloster-universiteter viderefører traditionen fra Platons akademi.

I antikkens Grækenland mente sofisterne, at et demokrati må oplyse sin befolkningen om forskellen på natur og vedtægt for at undgå skjult formynderi i form af vedtægt præsenteret som natur. Modsat anså filosofferne vedtægt som illusion, da alt fysisk er eksempler på metafysiske former, som kun er tilgængelig for filosoffer uddannet på Platons akademi, hvorfor filosoffer bør være formyndere.

Den kristne kirke videreførte akademierne i form af klostre, der siden blev til universiteter. Dog uden at slippe klostrets form og virkemåde, hvor munke sidder i celler på lange gange og skriver kommentarer til fagets dogmer. Og med undtagelse af naturvidenskab, er forskning stadig klosterets skolastik, hvor man opponerer på den herskende ortodoksi. Og hvor en person bliver professor, hvis tre eksisterende professorer peger på vedkommende. Så mængde-matikkens selvreference passer som fod i hose til de selvrefererende kloster-universiteter.

Heldigvis er reformationen på vej, så næste år kan vi forhåbentlig fejre to reformationer. Det er så 500 år siden, Luther gjorde op med den katolske ortodoksi, som hævdede, at kun kirken kunne formidle kontakten til det Egentlige gennem sine otte sakramenter. Luther sagde, at den enkelte selv kan etablere kontakten og kun har behov for en kirke med to sakramenter, dåb til velkomst og nadver til syndsforladelse.

Som katolicismen har også mængde-matikken otte sakramenter, kaldet kompetencer. I modsætning hertil behøver den protestantiske matematik, mange-matikken, kun to sakramenter i mødet med Mange: at tælle og at regne.

Protestantisk mange-matik kan læres på MATHeCADEMY.net, som på den netop afholdte verdenskonference i Hamborg havde succes med blok-tal og med '1kop & 5 pinde' metoden til at kurere matematik-ulyst. Med koppen til bundter kan 5 pinde 'koptælles' i 2ere som 1kop₃ eller som 2kop₁. Så en total består altid af to tal, et antal bundtede indenfor og et antal ikke-bundtede udenfor. Og man kan altid omtælle ved at flytte en pind ind eller ud af koppen.

Divisionsproblemer forsvinder ved at bruge koptælling og omtælling: Skal 336 divideres med 7, koptælles 336 til 33kop₆, der omtælles til 28kop₅₆, altså 28 bundter indenfor og 56 u-bundtede udenfor. Der delt med 7 giver 4 indenfor og 8 udenfor, altså 48.

Blok-tal medfører nye læringsmuligheder i førskolen: 2 3ere og 4 5ere kan forenes lodret eller vandret. Lodret skal begge omtælles til en fælles enhed, hvilket kaldes proportionalitet. Vandret fås et antal 8ere ved at sidestille blokkene, altså ved integration.

Så regeringen kan roligt gennemføre gymnasireformen og vende det døde øre til de ortodokse kloster-universiteters klagen over, at mængde-matikken trues af sammenbrud. Alle lærer let matematik, når reformationen har erstattet den katolske mængde-matik med den protestantiske mange-matik, der respekterer fagets indhold, algebra og geometri, tælling og regning og jordmåling.