C1

Fra bunke til bundt: mangfoldighed, bundtning & stakning

C1	Fra bunke til bundt - mangfoldighed, bundtning & stakning
C2	Uforudsigelig variation kan forudsiges af gennemsnitstal
A1	Sammenstakning af konkrete og abstrakte stakke
A2	Sammenlægning af per-tal
T1	Opstakning og afstakning, fremadregning og tilbageregning
T2	Stakke i tid, konstant og forudsigelig variation
S1	Stakke i rum, geometri
S2	Stakke i gitre, koordinatgeometri
PoMo	*Mængde-matematik eller mangfoldigheds-matematik*
KL	*Kvantitativ litteratur, Algebra: Opsamle & opdele*
GE	*Geometri: Jordmåling*

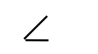
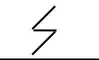
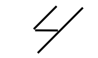
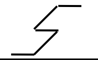
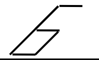
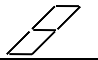
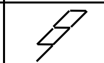
MATH**e**CADEMY: Matematik *nedefra*

I sprog findes der forskellige måder til at beskrive ”mange”. Ord for ting findes i både ental og flertal, og i visse sprog også i to-tal. Til at angive graden af mange findes forskellige ord, som alle fortæller at der er flere end to svarende til den ”gamle” måde at tække på ”en, to, mange”: en bunke sten, en flok dyr, en buket blomster, en stabel brænde osv. Men som ikke angiver graden af mange. I mange sprog findes der dog forskellige ord for de forskellige grader af mange opstået ved at vi opdeler en bunke i bundter som stakkes.

1.1 Optælling af mangfoldighed ved bundtning og stakning

Hvor findes mangfoldigheden? Verden består af ting i rum og tid. Vi kan bevæge os frem og tilbage gennem rummet, men vi kan ikke bevæge os i tiden, vi føres gennem tiden. Det er i tiden vi finder en mangfoldighed, der er ubestridelig, f.eks. når vi mærker pulsslaget på halsen. Tidens mangfoldighed kan altså føles. Skal den kunne ses, må den ikonsættes rumligt som streger.

Jæger/samlere tæller ofte “en, to, mange”, og bruger forskellige ord alt efter, hvad der er mange af: Flok, bundt, buket, stabel, hjord, samling osv. Med agerbrugskulturen opstår behovet for at kunne skelne mellem de forskellige grader af mangfoldighed, mellem forskellige antal. De første tal har sikkert været streger ved siden af hinanden, som når vi optæller ting, der sker i løbet af et tidsrum, f.eks. biler, der drejer til venstre i et kryds. De nuværende tal kan være udviklet ved at vi er begyndt at tegne stregerne efter hinanden i stedet for ved siden af hinanden som ikoner, og så senere har sjusket med stregerne, så det i dag er svært at se, at der er otte streger i et ottetal osv. Hvert antal har så fået et navn hvor det sidste navn betyder ”bundt”(f.eks. ti). Bundtet har altså et navn, men ikke noget ikon.

l	ll	lll	llll	lllll	llllll	lllllll	llllllll	lllllllll	llllllllll	lllllllllll	llllllllllll
											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	B	B+1	B+2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Efter bundt (ti) foretages to optællinger

- en optælling af enere
- en optælling af bundter (en optælling af optællinger, en meta-optælling af enere)

indtil vi afslutter vor optælling ved at sige ”bundt bundter” (f.eks. ti tiere eller hundrede).

Efter bundt bundt (hundrede) foretages tre optællinger

- en optælling af enere
- en optælling af bundter (en optælling af optællinger, en meta-optælling af enere)
- en optælling af bundt-bundter (en optælling af optællinger af optællinger, en optælling af meta-optællinger, en meta-meta-optælling af enere)

indtil vi afslutter vor optælling ved at sige ”bundt bundt-bundter” (ti ti-tiere eller ti hundreder eller tusinde).

Efter bundt bundt bundt (tusinde) foretages fire optællinger, osv.

Samtidig med optællingen sker der en opstakning af ens bundtstørrelser, så f.eks. de tre B-bundter bliver til en 3-stak af B'ere: T = B+B+B = 3*B = 3 B'ere. En optælling eller opstakning resulterer i en mange-stak (et polynomium), et antal, en total T som f.eks.

T = 4*B + 3*1 = 4+3 = 43 = 4 ti 3

T = 2*B*B + 4*B + 3*1 = 2*B^2 + 4*B + 3*1 = 2+4+1 = 2 titi 4 ti 1 = 2 hundred 4 ti 1

T = 5*B*B*B + 2*B*B + 4*B + 3*1
= 5*B^3 + 2*B^2 + 4*B + 3*1
= 5+2+4+1
= 5241
= 5 tititi 2 titi 4 ti 1
= 5 tusind 2 hundred 4 ti 1

Matematikindhold:

Fra et metasynspunkt (matematiksynspunkt) kan vi her observere fremkomsten af

- tal (en, to, tre osv.) og antal (to fem'ere osv.)
- talcifre (1-9), hvor hvert ciffer er en (sjusket) ikon af det antal streger den repræsenterer
- bundter, f.eks. 5ere eller tiere, hvor et bundttal kaldes også et kardinaltal
- stakke som f.eks. 3 5ere, hvor 3 kaldes et ordinaltal, og en stak kaldes et antal
- bogstaver anvendt for antal (B for bundt, f.eks. ti)
- en afkortet skrivemåde for et mange-stak, en positionsbeskrivelse: T = 3*B^2 + 4*B + 2*1 = 342
- nul ved fravær af bundt-grad ved positionsbeskrivelse: T = 3*B^2 + 0*B + 2*1 = 302
- tal-sætninger (tal-ligninger) f.eks. T = 3*1 eller kortere T = 3
- regne-sætninger (regne-ligninger), f.eks. T = 4*B + 3*1 eller kortere T = 4B + 3
- plus, der dog kun kan udføres på antal (3 7ere + 2 7ere = (3+2) 7ere = 5 7ere)
- gange, der dog kun kan udføres på tal (4*3 er 4 3ere eller fire gange á 3 eller 4 fold 3)
- potens som gentaget, optalt gangning B^3 = B*B*B

De fremkomne tal kaldes de naturlige tal. Et naturligt tal er en mange-stak (et polynomium, et antal). Vi bemærker, at optælling hverken fører til negative tal eller brøker.

1.2 Tælle og regne

En mangfoldighed optælles først i 3ere ved en 3-bundtning, så i 4ere ved en 4-bundtning. Optællingen kan foretages ved tælling, eller ved regning som kan <u>forudsige</u> optællingsresultatet.

Eksempel: T = (212)3 = (?)4

1.2.1 Optælling ved tælling

Ved optælling oplægges T som streger eller som tændstikker:

T = 212 = 2+1+2 = 2*B^2 + 1*B + 2*1 = 2*B*B & 1*B & 2*1

Oplægningen vil da give

2*B*B	1*B	2*1
III III III III III III	III	II

Eller lagt i rækkefølge som   IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

Som kontrol kan denne rækkefølge genoptælles i 3ere som T = (212)3

Bundt-bundter:	_________	_________			2
Bundter:	__ __ __	__ __ __	__		1
Styk:	III III III	III III III	III	II	2

Rækkefølgen kan også opbundtes og optælles i 4ere som T = (113)4:

Bundt-bundter:	____________		1
Bundter:	___ ___ ___	___	1
Styk:	IIII IIII IIII	IIII III	3

Rækkefølgen kan også opbundtes og optælles i 5-ere som T = (43)5:

Bundt-bundter:			
Bundter:	___ ___ ___ ___		4
Styk:	IIIII IIIII IIIII IIIII	III	3

Rækkefølgen kan også opbundtes og optælles i ti-ere til T = (23)10:

Bundt-bundter:			
Bundter:	_______ _______		2
Styk:	IIIIIIIIII IIIIIIIIII	III	3

1.2.2 Optælling ved beregning

Eksempel T = (212)3 = (?)4

Ved beregning går vi over vor standardbundtning, ti-bundtning:

T = (212)3 = 2+1+2 = 2*B^2 + 1*B + 2*1 = 2*3^2 + 1*3 + 2*1 = (23)10 = 23

Hvis ingen bundtstørrelse er angivet, er der altså tale om standardbundtet ti.

Vi kan nu bestemme den højeste bundtgrad af ligningen

<u>4 ^ ? = 23</u>

Her må opfindes en omvendt regningsart til potensopløftning med 4 som grundtal. Denne omvendte regningsart kaldes 4-logaritmen eller logaritmen med grundtal 4.

Definition: Hvis 4^n = 23, så er n = log4(23) = log(23)/log(4) = 2.26…

Heraf ses, at i tilfældet 4-bundtning er den højeste bundtgrad 2. Der er således plads til at optælle bundter af størrelsen B^2 = 4^2 = 16 et vist antal gange, som svarer til stakhøjden, og som bestemmes af ligningen

<u>16 * ? = 23</u>

Her må opfindes en omvendt regningsart til gangning. Denne omvendte regningsart kaldes deling, division eller udtrækning

Definition: Hvis 16*x = 23, så er x = 23/16 = 1.43…

Heraf ses, at stakhøjden, antallet af 16-bundter er 1. Vi kan således af Totalen 23 optælle et 16-bundt 1 gang.

*B^2-optælling giver altså svaret T = 23 = 1*16 + ? = 1*B^2 + ? *B + ? *1 = (1??)4*

Hvor meget der er til rest til optælling bestemmes af ligningen

<u>16 + ? = 23</u>

Her må opfindes en omvendt regningsart til plus. Denne omvendte regningsart kaldes minus eller fratrækning:

Definition: Hvis 16+x = 23, så er x = 23-16 = 7.

Proceduren begynder nu forfra. Denne gang ikke med en B^2-optælling, men med en B-optælling.

Ligningen 4*x = 7 har løsningen x = 7/4 = 1.75

Vi kan således af Totalen 7 optælle et 4-bundt 1 gang: T = 7 = 1 *4 + ?

*B^2 og B-optælling giver altså svaret T = 23 = 1*16 + 7 = 1*B^2 + 1*B + ? *1 = (11?)4*

Hvor meget der er til rest til optælling bestemmes af ligningen 4 + ? = 7

Ligningen 4+x = 7 har løsningen x = 7-4 = 3

Da der ikke er flere bundt-størrelser kan de resterende 3 ikke bundtes.

*Den beregnede Optælling: T = (23)10 = 1*16 + 1*4 + 3*1 = 1*B^2 + 1 *B + 3 *1 = (113)4*

Matematikindhold:

Fra et metasynspunkt (matematiksynspunkt) kan vi her observere fremkomsten af

- den omvendte regningsart til potensopløftning med kendt grundtal a, som kaldes logaritmen loga()
- den omvendte regningsart til gange, dvs. division /
- den omvendte regningsart til plus, dvs. minus –

1.3 Specielle Optællingsspørgsmål

Optællingsspørgsmålet T = 32 = (100000)? fører til ligningen

<u>? ^ 5 = 32</u>

Her må opfindes en omvendt regningsart til potensopløftning i 5'te. Denne omvendte regningsart kaldes den 5. rod (5√).

Definition: Hvis $n^5 = 32$, så er $n = 5\sqrt{32} = 2$

Svaret vil da blive $T = 32 = 2^5 = (100000)2$. Hvor ti-bundteren optæller 32 vil to-bundteren altså optælle 100000.

Optællingsspørgsmålet $T = 18 = (123)?$ fører til ligningen

$1*B^2 + 2*B + 3 = 18$

Her må opdages regler for hvordan vi i almindelighed kan løse en ligning af formen

$x^2 + b*x + c = 0$

En sådan ligning kaldes en andengradsligning. Vi vender tilbage til andengradsligning i kapitel 5. Ved at gætte kan vi dog indse at $B = 3$ er en løsning, dvs.

Svar: $T = 18 = (123)? = (123)3$

Matematikindhold

Fra et metasynspunkt (matematiksynspunkt) kan vi her observere fremkomsten af

- den omvendte regningsart til potensopløftning med kendt eksponent n, dvs. n'te-roden $n\sqrt{}$
- en andengradsligning $x^2 + b*x + c = 0$

Bemærkning

Vi bemærker at Danmark (og Frankrig) tidligere bundtede i tyvere:

$8*10$ = otteti = firs(indstyve) = $4*20$ (= quatre vingts på fransk)

$9*10$ = niti = halvfems(indstyve) = $4.5*20$. (= quatre vingts dix på fransk = firs og ti)

Dvs. halvanden = $1.5 \neq 2/2$, og halvfemte = $4.5 \neq 5/2$

1.4. Fra bundt til nyt bundt

En optalt mangfoldighed vil typisk foreligge som en stak af formen T = a b'ere = $a*b$, f.eks. T = 6 9ere = $6*9$. Ønsker vi i stedet en optælling i f.eks. 4ere, opstår der et ombundtningsspørgsmål: T = 6 9ere = ? 4ere.

2.1 Ombundtning

Eksempel: T = 6 9ere = ? 4ere

Vi kan tælle os til resultatet ved at oplægge de 5 9ere og derefter udtrække/fjerne 4ere.

Processen "af T udtrækkes/fjernes 4ere" ikon-sættes som "T/4". Da vi af T kan vi udtrække/fjerne 4ere T/4 gange er $T = (T/4)*4$. Denne ligning kaldes ombundtningsligningen, omtællings- eller omvekslingsligningen

Processen "af T udtrækkes/fjernes en 4er" ikon-sættes som "T-4". Herved bliver T opdelt i 2 bunker, én med T-4 og én med 4, så $T = (T-4)+4$. Denne ligning kaldes afstakningsligningen

Eller vi kan regne os til resultatet ved at udføre divisionen $(6*9)/4$

Hvis vi bruger en lommeregner med heltalsdivision som f.eks. Texas Explorer fås resultatet direkte:

T = 6 9ere = $(6*9/4)*4 = 15*4 + 3$

Bruges en almindelig lommeregner skal resten regnes ud:

T = 6 9ere = $(6*9/4)*4 = 15.75*4 = 15*4 + r$, hvor $r = 6*9 – 15*4 = 3$

Ombundtningens korrekthed kan kontrolleres ved udgangning, dvs. ved at optælle i tiere:

$T = 15*4 + 3 = 63 = 6*9$

2.2 Ombundtning af ubundtede

Den ubundtede rest på 3 kan også optælles i 4ere som $3 = (3/4)*4$. Talforholdet ¾ kaldes en brøk, og 15 ¾ kaldes et blandet tal.

$T = 63 = (63/4)*4 = 15*4 + 3 = 15*4 + (3/4)*4 = (15 + 3/4)*4 = (15\ 3/4)*4$

2.3 Ombundtning til tiere

Ombundtning til tiere foretages ved udgangning: T = 6 9ere = ? tiere = ?*10

T = 6 9ere = 6*9 = 63 = 6 ti 3 = 6*10 + 3*1

Eller hvis også 3 skal optælles i 10ere som 3 = (3/10)*10 = 0.3*10, hvor 0.3 kaldes en <u>decimalbrøk</u>.

T = 6 9ere = 6*9 = 63 = 6 ti 3 = 6*10 + 3*1 = 6*10 + (3/10)*10 = 6*10 + (0.3)*10 = (6+0.3)*10 = 6.3*10

T = 567 = (567/10)*10 = 56.7*10 = (567/100)*100 = 5.67*100= (567/1000)*1000 = 0.567*1000 = osv.

Udgangning er således en speciel form for division, der ombundter i tiere.

Bemærk 6*9 er ikke 63, men 6 9ere, der så kan ombundtes i så meget andet, specielt i tiere.

2.4 Ombundtning mellem samme type enheder

Eksempel 1. T = 30 dage = ? uger, hvor 1*uge = 7*dage.
Vi ombunder 30 i 7ere: T = 30*dag = (30/7)*7*dag = 4 2/7 * uge = 4*uge + 2*dag
Eksempel 2. T = 3 uger = ? dage, hvor 1*uge = 7*dage.
Vi ombunder uger til dage: T = 3*uge = 3*7*dag = 21*dag
Eksempel 3. T = 230 cm = ? m, hvor 1*m = 100*cm.
Vi ombunder 230 i 100ere: T = 230*cm = 230/100*100*cm = 2.30*m= 2*m + 30*cm
Eksempel 4. T = 3 m = ? cm, hvor 1*m = 100*cm.
Vi ombunder m til cm: T = 3*m = 3*100*cm = 300*cm

2.5 Ombundtning mellem forskellig type enheder

En given mangfoldighed kan som regel bundtes/optælles i forskellige enheder: kr. & styk, kr. & kg. kr. & %, kg. & liter, meter & sekunder, meter & centimeter, £ & $, salgskr. og afgiftskr. osv. Ved en sådan dobbeltbundtet mangfoldighed kan bundtningsformen skiftes ved en ombundtning (omtælling, omveksling).

2.5.1. Dobbeltbundtning i kr. og styk

Prisskiltet siger "Blommer: 3 kr. for 4 styk". Lise siger: "21 kr. for ? styk". Peter siger: " ? kr. for 24 styk". Søren siger: " ? kr. for 100 styk".

Lise: På kronesiden ombundter (optæller) jeg de 21 kr. i 3'ere ved at fjerne 3'ere: T = 21kr = (21/3)*3kr = 7*3kr. Men da 3 på krone-siden svarer (omveksles) til 4 på styk-siden, optæller jeg samtidig de 21 kr. i 4'ere på styksiden, dvs. T = 7*4styk = 28styk.

Altså: T = 21kr = (21/3)*3kr = 7*3kr = 7*4styk = 28styk.

Peter: På styksiden ombundter (optæller) jeg de 24 styk i 4'ere ved at fjerne 4'ere: T = 24styk = (24/4)*4styk = 6*4styk. Men da 4 på styk-siden svarer (omveksles) til 3 på krone-siden, optæller jeg samtidig de 24 styk i 3'ere på kronesiden, dvs. T = 6*3kr = 18 kr.

Altså: T = 24styk = (24/4)*4styk = 6*4styk = 6*3kr = 18kr.

Søren: På styksiden ombundter (optæller) jeg de 100 styk i 4'ere ved at fjerne 4'ere: T = 100styk = (100/4)*4styk = 25*4styk. Men da 4 på styk-siden svarer (omveksles) til 3 på krone-siden, optæller jeg samtidig de 100 styk i 3'ere på kronesiden, dvs. T = 25*3kr = 75 kr.

Altså: T = 100styk = (100/4)*4styk = 25*4styk = 25*3kr = 75kr.

21kr	= (21/3)*3kr =	7* 3kr	=	7* 4styk	=	28styk

Ombundtningen kan altså ske ved at ombundte tallene. Men vi kan også ombundte enhederne:

T = 24styk = 24styk*1 = 24styk*(3kr/4styk) = (24*3/4)*(styk*kr/styk) = 18kr (da 3 kr=4 styk er 3kr/4styk = 1)

Eller hurtigere: T = 24styk á 3kr/4styk = 24*3/4 styk = 18kr.

2.5.2. Dobbeltbundtning i kr. og %
Skiltet siger ”80 kr. = 20%”. Lise siger: ”60 kr. = ? %”. Peter siger: ” ? kr. = 70%”. Søren siger: ” ? kr. = 100%”.

Lise: T = 60 kr. = (60/80)*80 kr. = (60/80)*20% = 15%, eller T = 60 kr. á 20%/80kr = (60*20/80)% = 15%.
Peter: T = 70% = (70/20)*20 % = (70/20)*80 kr. = 280 kr.
Søren: T = 100% = (100/20)*20 % = (100/20)*80 kr. = 400 kr.

2.5.3. Dobbeltbundtning i kr. og ‰
Skiltet siger ”80 kr. = 20 ‰”. Lise siger: ”60 kr. = ? ‰”. Peter siger: ” ? kr. = 70 ‰”. Søren siger: ” ? kr. = 100 ‰”.

Lise: T = 60 kr. = (60/80)*80 kr. = (60/80)*20 ‰ = 15 ‰
Peter: T = 70 ‰ = (70/20)*20 ‰ = (70/20)*80 kr. = 280 kr.
Søren: T = 100 ‰ = (100/20)*20 ‰ = (100/20)*80 kr. = 400 kr.

2.5.4. Dobbeltbundtning i kr. og ppm
Skiltet siger ”80 kr. = 20ppm”. Lise siger: ”60 kr. = ? ppm”. Peter siger: ” ? kr. = 70 ppm”. Søren siger: ” ? kr. = 100 ppm”. Ppm betyder parts per million, og bruges bl.a. miljøundersøgelser af luft.

Lise: T = 60 kr. = (60/80)*80 kr. = (60/80)*20 ppm = 15 ppm
Peter: T = 70 ppm = (70/20)*20 ppm = (70/20)*80 kr. = 280 kr.
Søren: T = 100 ppm = (100/20)*20 ppm = (100/20)*80 kr. = 400 kr.

2.5.5. Ombundtning til og fra procent
Lise siger: 20% af 60 kr. = ? kr. Peter siger: 30% af ? kr. = 45 kr. Søren siger: ?% af 80 kr. = 12 kr.
Lise: 60kr. = 100%, 20% = (20/100)*100% = (20/100)*60kr. = 12kr. Dvs. 20% af 60 kr. = 12 kr.
Peter: ? kr.= 100%, 45kr.= 30%, 100%= (100/30)*30%= (100/30)*45kr.= 150kr. Dvs. 30% af 150 kr.= 45 kr.
Søren: 80kr. = 100%, 12kr. = (12/80)*80kr. = (12/80)*100% = 15%. Dvs. 15% af 80 kr. = 12 kr.

2.5.6. Procenttillæg, 600 kr. + 25 % = ? kr
600kr. = 100%, 100%+25% = 125% = (125/100)*100% = (125/100)*600kr. = 750kr.
Eller hurtigere: 600+25% = 600*125% = 600*1,25 = 750
MOMS = 25% af vareprisen = ?% af salgsprisen. (Salgspris = Varepris + MOMS = 100% + 25% = 125%)
MOMS = 25/100 = 0.25 = (0.25/125%)*125% = 0.20*125% = 20% af salgsprisen

Andre eksempler:

3 kr. pr. 4 kg. svarer til ? kr. pr. 24 kg., og til 21 kr. pr. ? kg.
3 kr. pr. 4 meter svarer til ? kr. pr. 24 meter, og til 21 kr. pr. ? meter
3 kg. pr. 4 l. svarer til ? kg. pr. 24 l., og til 21 kg. pr. ? l.
3 m. pr. 4 s. svarer til ? m. pr. 24 s., og til 21 m. pr. ? s.
3 £ pr. 4 $ svarer til ? £ pr. 24 $, og til 21 £ pr. ? $
3 afgitskroner pr. 4 salgskroner svarer til ? ak. pr. 24 sk., og til 21 ak. pr. ? sk.
Målestoksforhold: 3 Kortkilometer. pr. 4 Landskabskilometer svarer til ? Kkm. pr. 24 Lkm., og til 21 Kkm. pr. ? Lkm.

2.6. Ledetalsberegning
I en ledetalsberegning er udgangspunktet de to ledetal i per-tallet: 3/4 kr./styk betyder 3 kr per 4 styk. Det faktiske antal omtælles i ledetallet så vi får at vide hvor mange gange vi har de to ledetal:
Ledetal: 3 kr per 4 styk
Faktisk tal: 6 styk = (6/4)*3 styk = (6/4)*3 kr = 4.5 kr

2.7. Forholdstalsberegning
I forholdstalsberegninger er udgangspunktet per-tallet 3/4 kr./styk, som også kaldes f.eks. prisen.
1. Handelsregning: 6 styk á 3/4 kr/styk = 6*3/4 kr = 4.5 kr
2. Prisen er konstant: Pris = kr/styk = x kr / 6 styk = 3 kr / 4 styk, hvilket føre til ligningen x/6 = 3/4 som kan løses ved at gange over kors: 4*x = 3*6, dvs. x = (3*6)/4 = 4.5
3. Omtælling af enheden. kr = (kr/styk)*styk = 3/4*6 = 4.5

C1 OPGAVER

Spørgsmål C11: Hvordan optælles mangfoldighed? Svar: Ved bundtning og stakning i en mange-stak (antal, polynomium): T = 423 = 4+2+3 = 4titi+2ti+3 = 4*B^2+2*B+3

Spørgsmål C12: Hvordan skiftes bundtningsform? Svar: Ved ombundtningsligningen T = (T/b)*b.

T = 12 = ?*5 = ? 5ere, T = 12 = (12/5)*5 = 2*5+2*1=2 2/5 *5 = 2 2/5 5ere

Hvis 4stk = 3kr, så er 12stk = (12/4)*4stk = (12/4)*3kr = 9kr

C11.1 Faglige opgaver

1. Vis ved omlægning af tændstikker, at der er én streg i et-tallet, to streger i totallet, osv. til og med nitallet.

2. Efter ti tegnes ikke mere streger. I stedet fortælles hvor mange bundter og hvor mange styk der findes. Tallet 345 betyder f.eks. T = 345 = 3*B^2 + 4*B ?5*1. Hvad betyder følgende tal:
T = 67 =

T = 789 =

T = 4567 =

T = 67389 =

3. "Hvor mange mennesker var der til stede til mødet?" " 3421". "Hvad har du bundtet i da du talte op?"
B = 5, T = 3421 =

B = 7, T = 3421 =

B = 12, T = 3421 =

B = 20, T = 3421 =

4. Optæl de tolv led på dine fire fingre i de forskellige bundt-sprog:

Bundt	l	ll	lll	llll	lllll	llllll	lllllll	llllllll	lllllllll	llllllllll	lllllllllll	llllllllllll
TI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B	B+1	B+2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
FEM	1	2	3	4	B		B+2				2B+1	
	1	2	3	4	10		12				21	
FIRE												
TRE												
TO												

5. Løs ligningerne

B^5 = 243

5^n = 78125

3*B^4 =3888

5*7^n = 12005

6. A sidder og omregner fra ti-bundtning til tre-bundtning, og benytter følgende fremgangsmåde (algoritme) til at bestemme at T = (197)ti = (21022)tre. Prøv at forklare hvad A gør. Find selv andre algoritmer til at bruge ved en sådan omregning.

1	3	9	27	81
2	8	8	35	197
2	6	0	27	162
2	**2**	**0**	**1**	**2**

7. Optæl et stykke kvadreret papir i ti'ere ved at bundte 3x3 enheder og betragte omkredsen som den tiende enhed (svarende til tværstregen gennem fire streger er den femte streg. Hvor mange tern er der på et A4-ark?

C11.2 Rutineopgaver

1. Udfør følgende omtællinger:

3-bundteren siger:	Jeg optalte	122	tændstikker	
ti-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
tolv-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
5-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
4-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
2-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	

2. Udfør følgende omtællinger:

3-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
ti-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
tolv-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
5-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	
4-bundteren siger:	Jeg optalte	122	tændstikker	
2-bundteren siger:	Jeg optalte		tændstikker	

3. Opøv indlægning og aflæsning af tal på en dansk kugleramme og på en japansk abakus.

C11.3 Didaktisk opgave

Optæl dine ti fingre som ti-bundter, som seks-bundter, som fem-bundter, som fire-bundter, som tre-bundter og som to-bundter.

Optæl de tolv led på dine fire fingre som tolv-bundter, som elleve-bundter, som ti-bundter, som seks-bundter, som fem-bundter, som fire-bundter, som tre-bundter og som to-bundter.

Afprøv opgaven på dig selv og på en anden. Rapporter dine observationer af hvad forsøgspersonen gør og tænker/siger (handling og refleksion). Vær især opmærksom på eksempler på genkendelse og ny erkendelse (assimilering og akkommodering).

C12.1 Faglige opgaver

Afprøv de følgende faglige opgaver både på dig selv og på en anden fra din omgangskreds. Rapporter dine observationer af hvad forsøgspersonen gør og siger/tænker.

1. Ombundtning af et dusin og en snes. Optæl 12 ting, først i 1ere så i 2'ere, osv., altså stil spørgsmålene: T = 12 = ?*2 = ?*3 = ?*4 = ?*5 = … = ?*10 = ?*11 = ?*12 = ?*13 = ?*15 = ?*100. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med en snes.

2. Ombundtning for en daglejer. Optæl en daglejers arbejdstid i timer, dage, uger, måneder, år, hvor 8 timer = 1 dag, 5 dage = 1 uge, 4 uger = 1 måned, 10 måneder = 1 år. Ombundt f.eks. en arbejdsindsats på 320 timer. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

3. Ombundtning i det gamle London, hvor 1 pund = 20 shilling og 1 shilling = 12 pence. Om bundt 460 pence til pund, shilling og pence.

4.1 Ombundt længden 142 cm til en anden enhed, f.eks. m, dm og mm. Ombundt til gamle mål, tomme, fod, alen, mil. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

4.2. Ombundt perioden 142 minutter til en anden enhed, f.eks. timer og sekunder. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

4.3. Ombundt rumfanget 142 cl til en anden enhed, f.eks. dl og l. Ombundt til gamle rummål. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

4.4. Ombundt arealet 900 kvcm til en anden enhed, f.eks. kvdm, kvmm, kvm. Ombundt til gamle flademål. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

4.5 Ombundt 400 styk til dusin og gros (dusin dusin). Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

4.6 Ombundt 400 styk til snese og ol (4 snese). Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

5.1 Optæl 20 ting i kvadrater: T = 20 = A^2 + B^2 + ?. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

5.2 Optæl et kvadrat i mindre kvadrater: T = 36 = 25 + ? Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

6. Ombundtning af gl. engelsk mønt. Ombundt et beløb på 900 penny i pund, shilling og penny. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Brug evt. kvadreret papir til at konkretisere 900 penny.

7. Ombundtning af mønter. Ombundt et beløb på 90 kr i forskellige mønt størrelser: 25 øre osv. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Brug evt. kvadreret papir til at konkretisere 90 kroner. Eller brug matadorpenge eller plasticpenge.

8. Ombundtning ved forbud mod overlæs. Optæl 20 ting i 3ere, idet der er forbud mod overlæs (en stak må ikke være højere ned den er bred). Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med to andre tal.

9.1 Ombundtning til og fra uger og dollars. Ombundt 300 dage til uger. Ombundt 14 uger til dage

9.2 Ombundt 300 kroner til euro. Ombundt 14 euro til kroner.

10.1 Optæl 20 ting i trekantstal (f.eks. T5 = 5+4+3+2+1): T = 20 = T5 + T3 + ? Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

10.2 Optæl et kvadrattal i trekantstal og omvendt: T = 49 = … . Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

10.3 Opbryd et trekantstal i mindre trekantstal: T = 36 = … . Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med et andet tal.

11. Du har et glas med salt. Ombundt saltet i kg. Ombundt saltet i cl. Ophæld 2 kg, ombundt det ophældte til cl. Find svaret både ved tælling og ved beregning. Gentag øvelsen med vand, sand, eddike mm.

12. Du har en legetøjsbil, der kører på batteri. Lad den køre i et tidsrum på en strækning. Ombundt tidsrummet i sekunder, og ombundt strækningen i cm. Lad bilen køre i 3 sekunder, og ombundt dette til cm. Lad bilen køre i 200 cm, og ombundt dette til sekunder. Find svaret både ved tælling og ved beregning.

13. Du tager en stabel ens bøger ud af en lagerreol. Du ombundter stablen først i styktal, så i kr, så i meter, så i kg, så i centiliter. Du udtager 10 bøger og ombundter dem først i kr, så i meter, så i kg, så i centiliter. Du udtager for 1000 kr bøger, og ombundter dem først i styk, så i meter, så i kg, så i centiliter. Du udtager 1 meter bøger, og ombundter osv. Du udtager 10 kg bøger, og ombundter osv. Du udtager 5 liter bøger, og ombundter osv. Find svaret både ved tælling og ved beregning.

14. Optæl en stak (kort, perler, sten m.m.) som 2ere. Først tælles 1, 2, 3, 4, 5, 6 2ere, dvs. T= 6*2 = 12. Så tælles 2, 4, 6, 8, 10, 12. Optæl så det optalte baglæns. Gentag øvelsen og optæl som 3'ere. Osv. Brug evt. bagsiden af et regnehæfte til at optælle i forskellige B-tal, samt til systematisk at besvare ombundtningsspørgsmålet T = 38 = 38/B*B = ?*B + ? = ?*B for alle B-tal mellem 2 og 20.

C12.2 Rutineopgaver

1. Kast to terninger, en hvid og en rød. Resultatet (hvid:3) og (rød:5) fortolkes som oplysningen3 kg koster 5 kr. Gentag kastet. Nu fortolkes resultatet (hvid:2) og (rød:4) som spørgsmålene '3 kg koster ? kr' og '? kg koster 4 kr'.

2. Gentag de faglige opgaver blot med andre tal.

C12.3 Didaktisk opgave

1.: Formuler et typisk handelsregningsproblem af formen "Blommer: 3 kr. for 4 styk - 21 kr. for ? styk - ? kr. for 24 styk".

2. Procentregning: Formuler et typisk procentproblem af formen "30% af 450 kr. er ? kr. - 30% af ? kr. er 180 kr. - ?% af 600 kr. er 420 kr.".

Afprøv opgaven på dig selv og på en anden. Rapporter dine observationer af hvad forsøgspersonen gør og tænker/siger (handling og refleksion). Vær især opmærksom på eksempler på genkendelse og ny erkendelse (assimilering og akkommodering).