

**Forslag**  
**til**  
**Matematikbiennalen**  
**2018**  
**i Sverige**

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net

### **Start-matte for børn og migranter: Kop-tæl og om-tæl før addition**

En 3årig ser 4 fingre sammenholdt 2 og 2: "Det er ikke 4, men 2 2ere". Barnet tæller i bloktal ligesom vi:  $456 = 4 \text{ bundtbundter} + 5 \text{ bundter} + 6 \text{ ubundtede}$ . Barnets bloktal fører direkte til proportionalitet og ekvationer. Så tæl før du regner.

Cifre samler mange streger til ét ikon: Fem streger i 5tallet, osv. indtil ti = 1bundt0, 10. Med en kop til bundter kan en total T på 7 pinde kop-tælles i ikon-bundter, fx  $T = 7 = 2]1 \text{ 3ere} + 1 = 2]1 \text{ 3ere}$ . Herefter kan totalen om-tælles i samme enhed og skabe overlæs og underlæs:  $T = 7 = 2]1 \text{ 3ere} = 1]4 \text{ 3ere} = 3]-2 \text{ 3ere}$ .

En total kan også om-tælles i en ny enhed (proportionalitet), fx  $2 \text{ 4ere} = ? \text{ 5ere}$ , forudsagt af en regner som  $2 \cdot 4/5 = 1$ , og  $2 \cdot 4 - 1 \cdot 5 = 3$ , altså  $T = 2 \text{ 4ere} = 1]3 \text{ 5ere}$ .

Vi tæller ved at bundte og stakke forudsagt med regnearter, som også er ikoner: Ved optælling af en total T i B-bundter, T/B, viser division den kost, der fra T fejrer Bere væk.

Multiplikation er den kran der løfter bundter op i en stak, og subtraktion er det spor, der skabes ved at trække stakken væk. Resultatet kan derfor forudsiges af en 'tælle-formel'  $T = (T/B) \cdot B$ , der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Om-tælling fra ikon-bundter til 10ere fører til multiplikationstabellen:  $T = 3 \text{ 4ere} = 3 \cdot 4 = 12 = 1]2 \text{ 10ere}$ .

Tilbage-tælling fra 10ere til ikon-bundter bliver til ligninger, som løses ved at bruge om-tællingsformlen: 'Hvor mange 5ere giver 40' fører til ligningen:  $x \cdot 5 = 40$ , der løses ved at om-tælle 40 til 5ere:  $40 = (40/5) \cdot 5$ , så  $x = 40/5$ . Så en ligning løses ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Start-matte for børn og migranter: Kop-tæl og om-tæl før addition.

### **Multiplikation før addition styrker talsansen hos børn og migranter**

Vi mestrer Mange med et tal-sprog med talsprogs-sætninger, formler, fx  $T = 4 \text{ 5ere} = 4 \cdot 5$ . Som viser, at vi italsætter totaler T ved at bundte og stakke. Så  $4 \cdot 5$  er altså 4 5ere, der kan om-tælles til en anden enhed, fx 7ere. Eller tiere, som er den internationale bundt-størrelse. At se tal som bundt-formler gør matte let og forebygger matte-problemer og dyskalkuli. Og bør derfor indøves via forskellige tælleremser, så '5, 6, 7, 8, 9, 10' også tælles som '5, bundt pånær 4, B-3, B-2, B-1. B', og som '½bundt, ½bundt&1, ½B&2, ½B&3, ½B&4, Bundt. Og '10, 11, 12, 13, 14, 15' tælles som 'bundt, 1bundt&1, 1B&2, 1B&3, 1B&4, 1B&5', og som 'bundt, 1levnet, 2levnet, 3levnet, 4levnet, 5levnet' for at vise, at 'ellevnet' og 'twelve' stammer fra vikingetiden.

Cifre samler mange streger til ét ikon: Fem streger i 5tallet, osv. indtil ti = 1bundt0, 10.

Med en kop til bundter kan en total T på 7 'kop-tælles' i ikon-bundter, fx  $T = 7 = 2]1 \text{ 3ere}$ .

Herefter kan totalen om-tælles i samme enhed og skabe overlæs og underlæs:  $T = 7 = 2]1 \text{ 3ere} = 1]4 \text{ 3ere} = 3]-2 \text{ 3ere}$ . Tilsvarende med totaler optalt i tiere,  $T = 68 = 6]8 = 5]18 = 7]-2$ .

Før addition opøves talsansen med multiplikationstabellen, som reduceres til en 5x5-tabel ved at omskrive tal over 5, fx  $6 = \frac{1}{2} \text{bundt} \& 1 = \text{bundt} - 4$ . Først fordobling, fx  $T = 2 \cdot 7 = 2 \cdot (\frac{1}{2} \text{bundt} \& 2) = \text{bundt} \& 4 = 14$ , eller  $T = 2 \cdot 7 = 2 \cdot (\text{bundt} - 3) = 20 - 6 = 14$ . Herefter med kop-tælling, fx  $T = 2 \cdot 38 = 2 \cdot 3]8 = 6]16 = 7]6 = 76$ . Så halvering, fx  $\frac{1}{2} \cdot 38 = \frac{1}{2} \cdot 3]8 = \frac{1}{2} \cdot 4]-2 = 2]-1 = 19$ .

At gange med 5 er at gange med halve bundter,  $5 \cdot 7 = \frac{1}{2} \text{bundt} \cdot 7 = \frac{1}{2} 70 = \frac{1}{2} \text{ af } 6]10 = 3]5 = 35$ .

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Multiplikation før addition styrker talsansen hos børn og migranter.

### Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning

En klasse har problemer med division, fx  $336/7$ . Løsningen er at opfatte  $336/7$ , ikke som  $336$  delt mellem  $7$ , men som  $336$  optalt i  $7$ ere; samt benytte kop-skrivning  $336 = 33]6$ , hvor koppen opdeler totalen i bundtede inden for koppen og u-bundtede udenfor.

Samt ved øvelser i at 'kop-tælle' totaler på tre måder: normal og med overlæs eller underlæs.

Først med 5 pinde, som kop-tælles i 2ere med en kop til bundterne.

Normal:  $T = \text{IIII} = \text{II II I} = 2]1 \text{ 2ere}$ . Med overlæs:  $T = \text{IIII} = \text{II III} = 1]3 \text{ 2ere}$ . Med underlæs:  $T = \text{IIII} = \text{II II I II} = 3]-1 \text{ 2ere}$ .

På samme måde hvis vi optæller i 10ere:  $T = 74 = 7]4 = 6]14 = 8]-6$ .

Så med en total på  $336$  (dvs.  $33.6$  tiere) er der  $33$  bundter indenfor koppen og  $6$  ubundet udenfor. Men vi fortrækker  $28$  indenfor, så  $5$  bundter flytter udenfor som  $50$ , dvs. nu med  $56$  udenfor, som divideret med  $7$  giver  $4$  indenfor og  $8$  udenfor:

$T = 336 = 33]6 = 28]56$ , og  $T/7 = 4]8 = 48$ .

Kop-skrivning kan bruges ved alle regne-operationer.

$T = 65 + 27 = 6]5 + 2]7 = 8]12 = 9]2 = 92$

$T = 65 - 27 = 6]5 - 2]7 = 4]-2 = 3]8 = 38$

$T = 7 * 48 = 7 * 4]8 = 28]56 = 33]6 = 336$

$T = 7 * 48 = 7 * 5]-2 = 35]-14 = 33]6 = 336$

$T = 336 / 7 = 33]6 / 7 = 28]56 / 7 = 4]8 = 48$

$T = 338 / 7 = 33]8 / 7 = 28]58 / 7 = 4]8 + 2/7 = 48 \text{ 2/7}$

Kop-skrivning kan også bruges ved multiplikationstabellen:

$T = 4 * 8 = 4 * 1]-2 = 4]-8 = 32$  og  $7 * 8 = 7 * 1]-2 = 7]-14 = 6]-4 = 5]6 = 56$

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning.

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning.

## Brøker og procenter som per-tal

En klasse har problemer med brøker. Dels med at finde en brøkdel af en total, dels med at forlænge og forkorte, hvor mange adderer og subtraherer i stedet for at multiplicere og dividere.

Løsningen er at se en brøk som et per-tal, der fremkommer ved en dobbelt-tælling i samme enhed,  $2/3 = 2\text{kr per } 3\text{kr}$ , eller som procent  $2\% = 2/100 = 2\text{kr per } 100\text{kr}$ .

Ved investering forventes et afkast, der kan være højere eller lavere, fx  $7\text{kr pr } 5\text{kr}$  eller  $3\text{kr per } 5\text{kr}$ .

Ved om-tælling og dobbelt-tælling bruges tælle-formlen  $T = (T/B)*B$ , der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Herved findes  $2/3$  af 12 som  $2\text{kr per } 3\text{kr}$  af 12 kr. Altså ved at om-tælle i 12 i 3ere som  $12\text{kr} = (12/3) * 3\text{kr}$ , der giver  $(12/3) * 2\text{kr} = 8\text{kr}$ . Så  $2/3$  af 12 er 8.

Opgaven 'Hvor mange procent er 3 per 5?' løses ved at om-tælle 100 i 5ere or erstatte 5kr med 3kr:  $T = 100\text{kr} = (100/5) * 5\text{kr}$ , der giver  $(100/5) * 3\text{kr} = 60\text{kr}$ . Så  $3/5$  er det samme som 60 pr. 100, eller  $3/5 = 60\%$ .

At forlænge eller forkorte brøker sker ved at indsætte eller fjerne den samme enhed ovenfor og nedenfor brøklinjen:  $T = 2/3 = 2 \text{ 4ere} / 3 \text{ 4ere} = (2*4)/(3*4) = 8/12$ ; og  $T = 8/12 = 4 \text{ 2ere} / 6 \text{ 2ere} = 4/6$ .

Faktisk kan og bør brøker og decimaltal introduceres i første klasse i forbindelse med optælling i ikoner under ti. 7 optalt i 3ere giver en stak på 2 3ere samt 1. Anbringes denne ved siden af i sin egen stak, fås et decimaltal,  $T = 7 = 2.1 \text{ 3ere}$ . Anbringes den ovenpå optalt som 3ere, fås en brøk:  $T = 7 = 2 \frac{1}{3} \text{ 3ere}$ .

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Brøker og procenter som per-tal.

## Brøker og per-tal adderet som integration

En klasse har problemer med at addere brøker. Mange adderer tæller og nævner hver for sig.

Løsningen er at se en brøk som et per-tal fremkommet fra dobbelt-tælling i samme enhed,  $3/5 = 3\text{kr per } 5\text{kr}$ , eller som procent  $3\% = 3/100 = 3\text{kr per } 100\text{kr}$ .

Samt at begynde med at addere brøker med enheder, som fx  $1/2$  af 2 +  $2/3$  af 3, der netop giver  $1+2$  af  $2+3$ , altså  $3/5$  af 5. Her er altså  $1/2+2/3 = 3/5$ , som fås ved at addere tæller og nævner hver for sig.

Tilsvarende adderes per-tal med enheder:  $2\text{kg á } 3\text{kr/kg} + 4\text{kg á } 5\text{kr/kg}$ . Her adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg, medens pertallene skal opganges til styktal før de kan adderes:  $3*2\text{kr} + 5*4\text{kr} = 26\text{kr}$ . Så svaret er  $6\text{ kg á } 26/6\text{ kr/kg}$ . Så her er  $3\text{kr/kg} + 5\text{kr/kg} = 4.33\text{kr/kg}$ , kaldet det vægtede gennemsnit.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tals kurve. Tilsvarende med brøker.

At addere to brøker  $a/b$  og  $c/d$  uden enheder er i princippet meningsløst, men kan gives mening ved at brøkerne tages af den samme total,  $b*d$ . Man får da additionen:

$a/b$  af  $b*d$  +  $c/d$  af  $b*d$ , hvilket giver en total på  $a*d$  +  $c*b$  af  $b*d$ . Altså er  $a/b + c/d = (a*d + c*b)/b*d$ .

At addere brøker og pertal med enheder giver en god introduktion til calculus. Som vist er multiplikation før addition det samme som integration. Og omvendt integration er det samme som differentiation: Opgaven  $2\text{kg á } 3\text{kr/kg} + 4\text{kg á } ?\text{kr/kg} = 6\text{ kg á } 5\text{kr/kg}$  fører til  $6 + 4*x = 30$  eller  $T1 + 4*x = T2$ , som løses med subtraktion før division, altså differentiation:  $x = (T2-T1)/4 = \Delta T/4$ .

Tyvärr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Brøker og per-tal adderet som integration.

### **Proportionalitet som dobbelttælling med per-tal**

En klasse har problemer med proportionalitet. Prisen er 2kr / 3kg. Alle finder kr-tallet for 12kg, men kun få finder kg-tallet for 16kr. Løsningen er at omdøbe proportionalitet til 'enheds-skift' ved 'dobbelt-tælling', som fører til 'per-tal' som fx 2kr pr 3kg eller 2kr / 3 kg eller 2/3 kr/kg. Enhederne forbindes så ved at om-tælle det kendte antal i per-tallet. Op-tælling og om-tælling bruger begge 'tælle-formlen'  $T = (T/B)*B$ , der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Herved kan 16kr om-tælles i 2ere som  $T = 16kr = (16/2) * 2kr = (16/2) * 3kg = 24 kg$ .

Ligeledes kan de 12kg om-tælles i 3ere som  $T = 12kg = (12/3) * 3kg = (12/3) * 2kr = 8kr$ .

Vil denne forskel gøre en forskel? I teorien, ja, da proportionalitet forbindes med optælling, en basal fysisk aktivitet.

Faktisk findes proportionalitet i første klasse ved at op-tælle totaler i ikon-bundter forskellig fra standardbundtet ti og ved bagefter at om-tælle i en ny enhed. Dette fører direkte til tælleformlen, der har samme form som  $y = k*x$ .

Således kan en total på 8 op-tælles i 2ere som  $T = (8/2)*2 = 4*2 = 4$  2ere.

Og en total på 3 4ere kan om-tælles til 5ere som  $T = (3*4/5)*5 = 2*5 = 2$ .

Og per-tal fører direkte videre til brøktal, som fremkommer ved dobbelt-tælling i samme enhed, fx 2kr per 3kr =  $2kr/3kr = 2/3 = 2$  per 3.

2/3 af 15 svarer til at få 2kr per 3kr af 15kr fundet ved at om-tælle 15 i 3ere og deraf tage 2:  $T = 15kr = (15/3)*3kr$  giver  $(15/3)*2kr = 10$  kr. Så 2/3 af 15 er 10.

Tilsvarende findes 20% af 15 ved at om-tælle 15 i 100ere:  $T = 15 = (15/100)*100$  giver  $(15/100)*20 = 3$ .

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Proportionalitet som dobbelt-tælling med per-tal.

### Ekvationer løst ved overflytning, tilbageregning eller omtælling

En klasse har problemer med ekvationerne  $2 + 3u = 14$  og  $25 - u = 14$  og  $40/u = 5$ , hvor ekvationen er sammensat eller den ubekendte har omvendt regnetegn. Løsningen er at bruge definitionerne af de omvendte operationer til at fastlægge den grundlæggende løsningsregel: 'Flyt til modsat side med modsat regnetegn'.

I  $u+3 = 8$  søges det tal  $u$ , der adderet med 3 giver 8, hvilket pr. definition er  $u = 8-3$ ; så  $+3$  flytter til modsat side med modsat regnetegn. Tilsvarende med  $u*2 = 8$ , som løses af  $u = 8/2$ ; og med  $u^3 = 12$ , som løses af  $u = \sqrt[3]{12}$ , hvor roden er en faktor-finder; og med  $3^u = 12$ , som løses af  $u = \log_3(12)$ , hvor logaritmen er en faktor-tæller.

Ekvationen  $2 + 3*u = 14$  kan ses som en dobbelt beregning, der reduceres til en enkelt af en parentes omkring den stærkere operation,  $2 + (3*u)$ . Flyttes 2 til modsat side med modsat regnetegn fås  $3*u = 14-2$ . Så flyttes 3 til modsat side, hvor en parentes sættes om det, der først skal beregnes:  $u = (14-2)/3 = 12/3 = 4$ .

Ekvationen kan også løses ved frem-og-tilbage-gang: Frem ganges med 3 og adderes med 2. Tilbage subtraheres 2 og divideres med 3, så  $u = (14-2)/3 = 4$ .

I ekvationen  $25 - u = 14$  har  $u$  modsat regnetegn, og flytter derfor til modsat side for at få et normalt regnetegn. Herefter flyttes 14 til modsat side med modsat regnetegn:  $25 = 14 + u$ ;  $25 - 14 = u$ ;  $11 = u$ .

Tilsvarende med  $40/u = 5$  som giver  $40 = 5*u$ ;  $40/5 = u$ ;  $8 = u$ .

Har klassen lært kop-tælling og om-tælling vil en dobbelt om-tælling gives  $40 = (40/u)*u = 5*u$ , og  $40 = (40/5)*5$ , så  $u = 40/5$ .

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Ekvationer løst ved overflytning, tilbageregning eller omtælling.

### Calculus: Addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal

En klasse har problemer med calculus. Løsningen er at udskyde differentialregning indtil efter integralregning er lært som et middel til at addere stykkevis eller lokalt konstant per-tal ved deres arealer.

I additionen '2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg' adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg, medens pertallene skal opganges til styktal før de kan adderes:  $3 \cdot 2kr + 5 \cdot 4kr = 26kr$ . Så svaret er 6 kg á  $26/6$  kr/kg.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tal graf, altså som få arealstrimler,  $S = \sum p \cdot \Delta x$ .

Et ikke-konstant per-tal kan anses som lokalt konstant (kontinuert), hvilket betyder addition af uoverskueligt mange arealstrimler,  $S = \int p \cdot dx$ . Der dog kan lettes ved at omskrive strimlerne som tilvækster,  $p \cdot dx = dy$  eller  $dy/dx = p$ . For ved opsummering af tilvækster vil alle midterled forsvinde og blot efterlade differensen mellem y-slut og y-start.

Dette giver en ægte motivation for differentialregning: Kan strimlen  $2x \cdot dx$  skrives som tilvæksten  $d(x^2)$ , bliver summen  $\int 2x \cdot dx$  differensen mellem  $x^2$ -slut og  $x^2$ -start.

Tilvækst- formler kan observeres i et rektangel, hvor ændringerne  $\Delta b$  og  $\Delta h$  i basen  $b$  og højden  $h$  giver den samlede ændring af arealet  $\Delta T$  som summen af en lodret strimmel,  $\Delta b \cdot h$ , og en horisontal strimmel,  $b \cdot \Delta h$ , og et hjørne,  $\Delta b \cdot \Delta h$ , der kan negligeres ved små ændringer.

Dvs.  $d(b \cdot h) = db \cdot h + b \cdot dh$  eller optalt i Tere:  $dT/T = db/b + dh/h$ , eller med  $T' = dT/dx$ ,  $T'/T = b'/b + h'/h$ .

Derfor er  $(x^2)' / x^2 = x'/x + x'/x = 2 \cdot x'/x$ , hvilket giver  $(x^2)' = 2 \cdot x$ , da  $x' = dx/dx = 1$ .

Så differentialregning er først og fremmest nyttig til hurtig opsummering af mange tal.

Sidenhen også til at beskrive grafers vækstforhold med henblik på optimering.

Tyvänn måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Calculus: Addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal.



## Calculus ved skolestart, i mellemskolen og i highskolen

Matematik betyder viden på græsk, der valgte ordet som fællesbetegnelse for vidensområderne aritmetik og geometri og musik og astronomi, som de så som studiet af mange for sig selv, i rum, i tid og i tid og rum.

Med musik og astronomi ude, er matematik i dag blot en fællesbetegnelse for algebra og geometri, begge med rødder i mange, som det fremgår af deres betydning på arabisk og græsk: at genforene tal og at måle jord.

Når vi møder mange, spørger vi 'hvor mange totalt?' Svaret får vi ved at tælle, før vi regner. Tælling sker ved at bundte og stakke, forudsagt af tælleformlen  $T = (T/B)*B$ , der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere', fx  $T = 3 \text{ 4ere} = (3*4)/5*5 = 2 \text{ 5ere} \& 2$ .

Efter optælling følger addition af stakke, men skal de adderes ovenpå eller sidelæns? Skal stakkene 2 3ere og 4 5ere adderes sidelæns som 8ere, sker det via deres areal, altså ved integration, hvor multiplikation kommer før addition.

Spørges modsat '2 3ere + ? 5ere giver 3 8ere', fås svaret ved at lade subtraktion komme før division, dvs. ved differentiation.

Så ved at optælle totaler i stak-tal, vil calculus forekomme allerede ved skolestarten.

I mellemskolen optræder calculus ved blandingsregning:

I additionen '2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg' adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg, medens per-tallene skal opganges til styk-tal før de kan adderes:  $3*2kr + 5*4kr = 26kr$ . Så svaret er 6 kg á 26/6 kr/kg.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tal graf, altså addition af arealstrimler,  $S = \sum p*\Delta x$ , eller  $S = \int p*dx$  i highskolen, hvor per-tallene er lokalt konstante (kontinuerte), og igen først skal adderes før de kan subtraheres ved differentiation.

Tyvänn måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Calculus ved skolestart, i mellemskolen og i highskolen.

## **STEM-baseret kerne-matte gør migranter til præ-ingeniører**

Vi mestrer omverdenen med tale-sprog og tal-sprog, der itale-sætter og italsætter ting med sætninger og formler, som indeholder et subjekt, et verbum og et prædikat: 'Bordet er gult' og 'Totalen er 3 4ere'. Til et sprog hører et metasprog, en grammatik og en matematik, som bør læres efter sproget, ellers opstår dysleksi og dyskalkuli.

Unge migranter får direkte adgang til tal-sproget med kerne-matte: A) Cifre er ikoner med det antal streger, det repræsenterer. B) Regnearter er ikoner for bundt-tælling: division fjerner bundter, multiplikation stakker bundter, subtraktion fjerner stakken for at finde u-bundtede, addition forener stakke ovenpå eller sidelæns. C) Kop-tælling og kopskrivning viser bundter inden for koppen og u-bundtede udenfor, fx  $T = 4]5 = 4.5$  tiere = 45. D) Totaler skal op-tælles og om-tælles og dobbelt-tælles før de adderes. E) Om-talt i samme enhed kan en total skrives på 3 måder: normal, med overlæs eller underlæs, fx  $T = 46 = 4]6 = 3]16 = 5]-4$ . F) Om-tælling i ny enhed (proportionalitet) forudsiges af en 'tælle-formel'  $T = (T/B)*B$ , der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere', fx  $T = 3 \text{ 4ere} = (3*4)/5*5 = 2 \text{ 5ere} \& 2$ . G) Om-tælling fra tiere til ikoner giver ekvationer, fx  $x*5 = 40 = (40/5)*5$  med løsning  $x = 40/5$ .

Dobbelttælling giver per-tal og proportionalitet med om-tælling i pertallet: med 2kr per 3 kg er  $12 \text{ kg} = (12/3)*3\text{kg} = (12/3)*2\text{kr} = 8\text{kr}$ . H) Efter optælling kommer addition, ovenpå og sidelæns, der fører til proportionalitet og integration. I) Omvendt addition fører til ligninger og differentiation. J) Per-tal fører til brøker, der som operatører begge skal opganges for at blive tal, og derfor adderes som arealer, altså ved integration. K) Calculus er addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal. L) Undervejs inddrages centrale STEM-områder under temaet 'vand i bevægelse'.

Detaljer: 'A STEM-based Core Math Curriculum for Outsiders and Migrants',

<http://mathecademy.net/papers/miscellaneous/>

Tyvärr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag STEM-baseret kerne-matte gør migranter til præ-ingeniører.

### **Matte-blokke til den blok-opdelte skole**

Sekundærskolen findes i to versioner. Kontinentets linjeopdelte skole har 'tvangsklasser', hvor de unge skal følge deres årgang og dennes skema, til skade for drenge da piger er to år foran udviklingsmæssigt. Skolesystemet producerer arbejdskraft til embeder i den offentlige og private sektor. Af økonomiske grunde fastholder skolen langsomme unge, som får lave karakterer og lavt selvværd.

I Nordamerikas blokopdelt skole støtter identitetsarbejdet ved at byde den unge velkommen med agtelse: 'Inden i dig bor der et talent, som det er vores fælles opgave at afdække og udvikle gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af praktisk eller teoretisk art sammen med lærere, der kun har ét fag. Går det godt, siger vi 'flot job', du har talent, du skal vist have flere blokke. Hvis ikke, siger vi 'flot forsøg', du har mod til at prøve kræfter med noget ukendt og til nu at afprøve andre blokke.«

Så alle forlader halvårsblokken med ros. Og med lyst til som 18-årige at prøve kræfter med de tertiære jobrettede veje, hvor netop deres personlige talent kan udfoldes. Og som også er opdelt i halvårsblokke, så man hurtigt kan supplere eller udbygge sin grad med nye blokke ved jobskifte eller arbejdsløshed.

På en blokopdelt skole kan matte tilbydes i forskellige blokke med teoretisk eller praktisk udgangspunkt, så alle kan få kompetencer til at påbegynde en tertiær STEM-uddannelse (Science, Technology, Engineering, Math). Der kan også tilbydes blokke, som gentager primærskolens matte (tal, regnearter, addition, subtraktion, multiplikation, division, brøker, osv.). Og som kan kurere matte ulyst og give en introduktion til kerneområderne proportionalitet, ligninger og calculus ved at bruge en anderledes tilgang (mange-matik) med bloktal, kop-tælling, om-tælling og dobbelt-tælling med per-tal før addition.

En blokopdelt skole er særlig effektiv for unge migranter som ønsker hurtigt at opnå STEM-kompetence for at bidrage til genopbygning af deres oprindelige hjemland.

Tyvänn måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Matte-blokke til den blok-opdelte skole.

### **Læreren som differens-forsker**

Når traditioner giver problemer, kan differensforskning afdække skjulte forskelle der gør en forskel. Eksempelvis siger traditionen, at en funktion er et eksempel på en mængderelation, hvor førstekomponentidentitet medfører andenkomponentidentitet, hvilke du unge hører som 'bublibub er et eksempel som bablibab', som ingen finder meningsfyldt. En forskel er at bruge Eulers oprindelige definition, som alle unge godtager problemløst:

'En funktion er et fællesnavn for regnestykker med både kendte og ukendte tal.'

Differensforskning kan bruges af lærere til at løse problemer i klassen, eller af lærerforskere, der deler deres tid mellem akademisk arbejde på et universitet og interventionsforskning i en klasse. Eller af fuldtids forskere, der samarbejder med lærerne om fælles brug af differensforskning: læreren observerer problemer, forskeren identificerer forskelle. Sammen udarbejdes et mikro-curriculum, der testes af læreren og rapporteres af forskeren efter en pretest-posttest undersøgelse. En typisk differensforsker begynder som en almindelig lærer, der reflekterer over, om alternativer kan løse observerede læringsproblemer.

En differens-forsker kombinerer elementer fra aktionslæring og aktionsforskning og interventionsforskning og designforskning. Først identificeres en forskel, så designes et mikro-curriculum, der testes for at se, hvad der gør en forskel. Forløbet rapporteres internt og drøftes med kolleger. Efter at have gentaget denne cyklus af design, undervisning og intern rapportering, kommer den eksterne rapportering til magasiner eller konferencer eller tidsskrifter af forskellen og hvilken forskel den gør i en pretest-posttest undersøgelse.

Forskning bør skabe viden til at forklare naturen og forbedre sociale forhold. Men som institution risikerer den det, sociologen Bauman kalder en målforskydning, så forskningen bliver selvrefererende i stedet for at finde forskelle. Hargreaves, skriver fx: 'Vi bør undgå andenrangs pædagogisk forskning, der ikke leverer et seriøst bidrag til grundlæggende teori eller viden; der er irrelevant for praksis; der ikke er koordineret med foregående eller efterfølgende forskning; og som staves sammen i akademiske tidsskrifter, som stort set ingen læser'.

Tyvärr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag Læreren som differens-forsker.

## **MATHeCADEMY.net & Mellemskolen.net: Matte-blokke til den blok-opdelte skole, ideudstilling**

Sekundærskolen findes i to versioner. Kontinentets linjeopdelte skole har 'tvangsklasser', hvor de unge skal følge deres årgang og dennes skema, til skade for drenge da piger er to år foran udviklingsmæssigt. Skolesystemet producerer arbejdskraft til embeder i den offentlige og private sektor. Af økonomiske grunde fastholder skolen langsomme unge, som får lave karakterer og lavt selvværd.

I Nordamerikas blokopdelt skole støtter identitetsarbejdet ved at byde den unge velkommen med agtelse: 'Inden i dig bor der et talent, som det er vores fælles opgave at afdække og udvikle gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af praktisk eller teoretisk art sammen med lærere, der kun har ét fag. Går det godt, siger vi 'flot job', du har talent, du skal vist have flere blokke. Hvis ikke, siger vi 'flot forsøg', du har mod til at prøve kræfter med noget ukendt og til nu at afprøve andre blokke.«

Så alle forlader halvårsblokken med ros. Og med lyst til som 18-årige at prøve kræfter med de tertiære jobrettede veje, hvor netop deres personlige talent kan udfoldes. Og som også er opdelt i halvårsblokke, så man hurtigt kan supplere eller udbygge sin grad med nye blokke ved jobskifte eller arbejdsløshed.

På en blokopdelt skole kan matte tilbydes i forskellige blokke med teoretisk eller praktisk udgangspunkt, så alle kan få kompetencer til at påbegynde en tertiær STEM-uddannelse (Science, Technology, Engineering, Math). Der kan også tilbydes blokke, som gentager primærskolens matte (tal, regnearter, addition, subtraktion, multiplikation, division, brøker, osv.). Og som kan kurere ulyst og give en introduktion til kerneområderne proportionalitet, ligninger og calculus ved at bruge en anderledes tilgang (mange-matik) med bloktal, kop-tælling, om-tælling og dobbelt-tælling med per-tal før addition.

En blokopdelt skole er særlig effektiv for unge migranter, som ønsker hurtigt at opnå STEM-kompetence for at bidrage til genopbygning af deres oprindelige hjemland.

Tyvårr måste vi därför meddela att det inte finns utrymme i programmet för ert bidrag  
MATHeCADEMY.net & Mellemskolen.net: Matte-blokke til den blok-opdelte skole.

### **Allan Tarp, curriculum arkitekt ved MATHeCADEMY.net**

Baseret på oplysningstidens to republikker har Allan Tarp designet 'Differens-forskning', hvor begrebs-arkæologi dekonstruerer herskende traditioner for at afdække skjulte forskelle, der gør en forskel. Ligheden mellem Grounded Theory og Piagets læringsteori bruges til design af mikro-læseplaner til fagets mål, mestring af mange, samt til afdækning af skjulte begreber som 'ikontal', 'kop-tælling', 'om-tælling', 'dobbel-tælling', 'per-tal' og 'dræber-ligninger', 'metamatik' og 'matematisme'.

I 'Killer-equations in Afrika' bruges differens-forskning på et lærerakademi til at designe mikro-læseplaner i pre-calculus og calculus og til en alternativ læseplan, der erstatter traditionel top-down 'meta-matik' med bottom-up 'mange-matik', en naturvidenskab om Mange.

I 'Postmoderne matematik' bruges et postmoderne perspektiv til design af et web-baseret lærerakademi MATHeCADEMY.net, hvor lærere lærer at undervise i mate-matik som 'mange-matik', med blot to kompetencer, tæl og regn i tid og rum.

'An ICME Trilogy' publiceret på MATHeCADEMY.net indeholder en række mikro-designs, herunder 'One Digit Mathematics', 'PerNumber Calculus', 'Pastoral Power in Mathematics Education', 'Avoiding 10, a Cognitive Bomb', 'Recounting as the root of Grounded Mathematics', 'Saving Dropout Ryan with a TI-82', 'Mathematics as Manyology', 'Fractions Grounded as Decimals'.

Som kommentar til på den manglende succes af 50 års forskning i matematikundervisning foreligger 'Diagnosing Poor PISA Performance', og 'MADIF-papers' med artiklen 'Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry', samt 'A STEM-based Core Math Curriculum for Outsiders and Migrants'.

Hans designs er beskrevet i flere MrAITarp YouTube og DrAITarp YouKu videoer. Samt i bogen 'ManyMath – MyMath' om fagets rod, Mange, skrevet til forældre og børnehaven. Han inviterer forskersamfundet til at deltage i YouTube dialoger om matematikuddannelse, svarende til Chomsky-Foucault You-Tube dialog om menneskets natur, og Ernest-Tarp You-Tube dialogen om postmoderne matematik.

MATHeCADEMY.net afholder gratis endags SKYPE-konferencer 'Curing Math-dislike with 1 cup and 5 sticks'. I forbindelse med OECD-rapporten 'Improving Schools in Sweden' tilbydes særlige migrant-curricula, samt 'A 2year STEM-based core curriculum making young migrants pre-teachers or pre-engineers'.

## **Fifty Years of Research without Improving Mathematics Education, Why?**

Within education, mathematics is in the front. Consequently, research has grown rapidly for fifty years to solve its many learning problems. The lack of success is shown by the PISA studies showing a low level and a continuing decline in many countries. Thus, to help the former model country Sweden, OECD wrote a critical 2015 report 'Improving Schools in Sweden, an OECD Perspective'.

At the CERME 10 congress in February 2017 a plenary session asked: What are the solid findings in mathematics education research? To me, the short answer is "Only one: to improve, mathematics education should ask, not what to do, but what to do differently."

Thus, to be successful, research should not study problems but look for differences that make a difference. Research that is skeptical towards institutionalized traditions could be called difference research. In France, Lyotard calls it 'paralogy' inventing dissension to the reigning consensus. Difference research scarcely exists today since it is rejected at conferences for not applying or extending existing theory.

To elaborate, maybe mathematics education research is sterile because its three words are not that well defined?

As to mathematics, it has meant many different things in its almost 5000 years of history spanning from a natural science about the physical fact Many to a self-referring logic.

As to education, two different forms exist: a continental European education serving the nation's need for public servants though multi-year compulsory classes and lines at the secondary and tertiary level; and a North American education aiming at uncovering and developing the individual talent through daily lessons in self-chosen half-year blocks together with one-subject teachers.

As to research, academic articles can be written at a master level applying existing theories, or at a research level questioning them. Just following theories is problematic in the case of conflicting theories as within education where Piaget and Vygotsky contradict each other by saying teach as little and as much as possible.

Consequently, you cannot know what kind of mathematics and what kind of education has been studied, and you cannot know if research is following ruling traditions or searching for alternatives. So, if institutionalized education should help children and youngsters to master outside phenomena we must ask: What outside phenomena roots mathematics?

We master the outside world with two languages, a word-language and a number-language. Children learn to talk and to count at home. Then, as an institution, school takes over and teaches children to read and to write and to calculate.

The word-language assigns words to things through sentences with a subject and a verb and an object or predicate, 'This is a chair', and ' $T = 3 \cdot 4$ '. Both languages have a meta-language, a grammar, describing the language, describing the world. And since the meta-language speaks about the language, the language should be taught and learned before the meta-language. Which is the case with the word-language, but not with the number-language.

So, one way of improving mathematics education is to respect that language comes before meta-language. Which was also the case in continental Europe before the arrival of the 'New Math' that turned mathematics upside down to become a 'meta-matics' presenting its concepts from above as examples of abstractions instead of from below as abstractions

from examples as they arose historically and which would present mathematics as ‘many-matics’, a natural science about Many.

Before New Math, Germanic countries taught counting and reckoning in primary school. Then the lower secondary school taught algebra and geometry, which are also action words meaning to reunite totals and to measure earth in Arabic and in Greek. 50 years ago, New Math made all these activities disappear.

Thus, one alternative immediately presents itself: Re-root mathematics in its historic origin as a common label chosen by the Pythagoreans for their four knowledge areas: arithmetic, geometry, music and astronomy, seen by the Greeks as knowledge about pure numbers, number in space, number in time, and number in space and time. The four combined in the quadrivium, a general curriculum recommended by Plato. So, with music and astronomy gone, today mathematics should be but a common label for algebra and geometry, both activities rooted in the physical fact Many by meaning ‘reuniting numbers’ and ‘measuring earth’ in Arabic and Greek respectively.

Consequently, to improve its education, mathematics should stop teaching top-down meta-matics from above and begin teaching bottom-up many-matics from below instead.

For details, see ‘Difference-Research Powering PISA Performance’, Fifty Years of Research without Improving Mathematics Education’, and ‘A STEM-based Core Math Curriculum for Outsiders and Migrants’ at <http://mathecademy.net/papers/miscellaneous/>.

Allmän information om bidrag till föreläsning:

- Språket ska vara svenska eller annat skandinaviskt språk
- Den insända texten publiceras helt obearbetad
- Inga bilder eller tabeller kan bifogas
- Sammanfattning/abstract (max 300 ord exkl. titel)
- Presentation av föreläsarna (max 300 ord exkl. titel)
- En längre presentation av bidraget ska lämnas för bedömning (max 5000 tecken/1000 ord)
- Meddela oss om eventuell begränsning av antal åhörare samt teknikbehov utöver standardutrustning
- Ett påbörjat bidrag går att spara och ändra i systemet så länge du inte tryckt på ”Submit”.

Biennale 2018 forslag

Allmän information om bidrag till föreläsning:

- Språket ska vara svenska eller annat skandinaviskt språk
- Den insända texten publiceras helt obearbetad
- Inga bilder eller tabeller kan bifogas
- Sammanfattning/abstract samt presentation av föreläsarna (max 600 ord exkl. titel)
- En längre presentation av bidraget ska lämnas för bedömning (max 5000 tecken/1000 ord)
- Meddela oss om eventuell begränsning av antal åhörare samt teknikbehov utöver standardutrustning
- Ett påbörjat bidrag går att spara och ändra i systemet så länge du inte tryckt på ”Submit”.



# Umeå Congress

## Year abstracts

Title	#	Selected	Edit/View
Start-matte for børn og migranter: Kop-løst og om-løst for addition	3408	YES	<a href="#">View</a>
Multiplikation for addition styrker læsansen hos børn og migranter	3412	YES	<a href="#">View</a>
Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning	3413	YES	<a href="#">View</a>
Brøker og procenter som per-tal	3414	YES	<a href="#">View</a>
Brøker og per-tal adderet som integration	3417	YES	<a href="#">View</a>
Proportionalitet som dobbelt-tælling med per-tal	3418	YES	<a href="#">View</a>
Ekvationer løst ved overflytning, tilbageregning eller omtælling	3419	YES	<a href="#">View</a>
Calculus ved skolestart, i mellem skolen og i highskolen	3420	YES	<a href="#">View</a>
Calculus: Addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal	3421	YES	<a href="#">View</a>
STEM-baseret kerne-matte gør migranter til præ-ingeniører	3423	YES	<a href="#">View</a>
Matte-blokke til den blok-opdelt skole	3426	YES	<a href="#">View</a>
Læreren som differens-forsker	3427	YES	<a href="#">View</a>
MATHeCADEMY.net & Mellem skolen.net: Matte-blokke til den blok-opdelt skole	3428	YES	<a href="#">View</a>
Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning	3431	YES	<a href="#">View</a>

[+ Add new abstract](#)