

Forslag
til
Matematikbiennalen
2020
i Sverige

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net

Start-math for children and migrants: bundle-count and recount before adding

Assembling 4 fingers 2 and 2, a 3-year-old will protest: "It is not 4, but two 2s". The child counts in bundle- and block-numbers just like we: $456 = 4 \text{ Bundle Bundles} + 5 \text{ bundles} + 6 \text{ unbundled}$. And recounts 3 4s to 5s, which leads to proportionality. And recounts 42 to 7s, which leads to equations. And adds 2 3s and 4 5s to 3Bundle2 8s that leads to calculus. The child is directed directly to core mathematics if allowed to keep its 2D bundle- and block-numbers, and to count and recount before adding.

Start-matte for børn og migranter: Bundt-tæl og om-tæl før addition

Samles 4 fingre 2 og 2, vil en 3årig protestere: "Det er ikke 4, men to 2ere". Barnet tæller i bundt- og bloktal ligesom vi: $456 = 4 \text{ bundtbundter} + 5 \text{ bundter} + 6 \text{ ubundtede}$. Og om-tæller 3 4ere til 5ere, der fører til proportionalitet. Og om-tæller 42 til 7ere, der fører til ekvationer. Og adderer 2 3ere og 4 5ere til 3Bundt2 8ere, der fører til calculus. Barnet føres direkte til kernematematikken hvis det må beholde sine 2D bundt- og bloktal, samt må tælle og om-tælle før addition.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16). "

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet". Tilsvarende siger Bourdieu (1977) at "Alle pædagogiske handlinger er objektivt symbolsk vold, for så vidt som det er påtvingelse af en kulturel vilkårlighed ved en vilkårlig magt (s. 5)". Dette rejser spørgsmålet om matematik og uddannelse er universelt eller valgt, mere eller mindre vilkårligt.

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning:

Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Bundt-tæl og om-tæl før addition.

Cifre samler mange streger til ét ikon: Fem streger i 5tallet, osv. indtil ti = 1bundt0, 10.

Med en kop til bundter kan en total T på 7 pinde bundt-tælles i ikon-bundter, fx $T = 7 = 2 \text{ 3ere} + 1 = 2B1 \text{ 3ere}$. Herefter kan totalen om-tælles i samme enhed og skabe overlæs og underlæs: $T = 7 = 2B1 \text{ 3ere} = 1B4 \text{ 3ere} = 3B-2 \text{ 3ere}$.

En total kan også om-tælles i en ny enhed (proportionalitet), fx $2 \text{ 4ere} = ? \text{ 5ere}$, forudsagt af en regner som $2 \cdot 4/5 = 1$, og $2 \cdot 4 - 1 \cdot 5 = 3$, altså $T = 2 \text{ 4ere} = 1B3 \text{ 5ere}$.

Vi tæller ved at bundte og stakke forudsagt med regnearter, som også er ikoner: Ved op-tælling af en total T i B-bundter, T/B, viser division den kost, der fra T fejrer Bere væk. Multiplikation er den kran der løfter bundter op i en stak, og subtraktion er den snor, der trækker stakken væk for at finde de ubundtede. Resultatet kan derfor forudsiges af en 'omtællings-formel' $T = (T/B) \cdot B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Om-tælling fra ikon-bundter til 10ere fører til multiplikationstabellen: $T = 3 \text{ 4ere} = 3 \cdot 4 = 12 = 1ti2 = 1B2 \text{ 10ere}$.

Tilbage-tælling fra 10ere til ikon-bundter bliver til ligninger, som løses ved at bruge om-tællingsformlen: 'Hvor mange 5ere giver 40' fører til ligningen: $x \cdot 5 = 40$, der løses ved at om-tælle 40 til 5ere: $40 = (40/5) \cdot 5$, så $x = 40/5$. Så en ligning løses ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn. For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

- Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.
- Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.
- Bourdieu, P. (1977). *Reproduction in Education, Society and Culture*. London, UK: Sage.
- Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.
- Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.
- Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.
- Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4* (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.
- Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).
- Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Counting before adding will strengthen the number sense by children and migrants

We master many with a number-language sentences, formulas, e.g. $T = 4 \text{ 5ere} = 4 \cdot 5$. Which shows that we enumerate totals T by bundling and stacking. So, $4 \cdot 5$ is 4 5s that can be recounted to another unit, e.g. 7s.

Math issues are prevented by bundle-numbers that can be trained as counting '6,..., 10' also as 'bundle less 4, B-3, B-2, B-1, Bundle'. And '10,..., 15' as 'Bundle, 1left, 2left, 3left, 4left, 5left' to show that 'eleven' and 'twelve' originate from Viking counting.

Tælling før addition styrker talsansen hos børn og migranter

Vi mestrer Mange med et tal-sprog med talsprogs-sætninger, formler, fx $T = 4 \text{ 5ere} = 4 \cdot 5$. Som viser, at vi italt sætter totaler T ved at bundte og stakke. Så $4 \cdot 5$ er altså 4 5ere, der kan om-tælles til en anden enhed, fx 7ere.

Matte-problemer forebygges med bundt-tal. Og kan indøves ved at '6, ..., 10' også tælles som 'bundet på nær 4, B-3, B-2, B-1. B'. Og '10, ..., 15' som 'bundet, 1levnet, 2levnet, 3levnet, 4levnet, 5levnet' for at vise, at 'eleven' og 'twelve' stammer fra vikingetiden.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Tælling før addition styrker talsansen

Vi mestrer Mange med et tal-sprog med talsprogs-sætninger, formler, fx $T = 4 \text{ 5ere} = 4*5$. Som viser, at vi italt sætter totaler T ved at bundte og stakke. Så $4*5$ er altså 4 5ere, der kan om-tælles til en anden enhed, fx 7ere. Eller tiere, som er den internationale bundt-størrelse.

At se tal som bundt-formler gør matte let og forebygger matte-problemer og dyskalkuli. Og bør derfor indøves via forskellige tælleremser, så '5, 6, 7, 8, 9, 10' også tælles som '5, bundt på nær 4, B-3, B-2, B-1. B', og som '½bundt, ½bundt&1, ½B&2, ½B&3, ½B&4, Bundt. Og '10, 11, 12, 13, 14, 15' tælles som 'bundt, 1bundt&1, 1B&2, 1B&3, 1B&4, 1B&5', og som 'bundt, 1levnet, 2levnet, 3levnet, 4levnet, 5levnet' for at vise, at 'ellevnet' og 'twelve' stammer fra vikingetiden.

Cifre samler mange streger til ét ikon: Fem streger i 5tallet, osv. indtil ti = 1bundt0, 10.

Med en kop til bundter kan en total T på 7 'bundt-tælles' i ikon-bundter, fx $T = 7 = 2B1 \text{ 3ere}$. Herefter kan totalen om-tælles i samme enhed og skabe overlæs og underlæs: $T = 7 = 2B1 \text{ 3ere} = 1B4 \text{ 3ere} = 3B-2 \text{ 3ere}$. Tilsvarende med totaler optalt i tiere, $T = 68 = 6B8 = 5B18 = 7B-2 \text{ tiere}$.

Før addition opøves talsansen med multiplikationstabellen, som reduceres til en 5x5-tabel ved at omskrive tal over 5, fx $6 = \frac{1}{2}\text{bundt}\&1 = \text{bundt}-4$. Først fordobling, fx $T = 2*7 = 2*(\frac{1}{2}\text{bundt}\&2) = \text{bundt}\&4 = 14$, eller $T = 2*7 = 2*(\text{bundt}-3) = 20-6 = 14$. Herefter med bundt-tælling, fx $T = 2*38 = 2*3B8 = 6B16 = 7B6 = 76$. Så halvering, fx $\frac{1}{2}*38 = \frac{1}{2}*3B8 = \frac{1}{2}*4B-2 = 2B-1 = 19$.

At gange med 5 er at gange med halve bundter, $5*7 = \frac{1}{2}\text{bundt}*7 = \frac{1}{2}70 = \frac{1}{2} \text{ af } 6B10 = 3B5 = 35$.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

Bauman, Z. (1990). Thinking sociologically. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). The discovery of grounded theory. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). The sociological imagination. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). Improving schools in Sweden: An OECD Perspective. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). Science of education of the psychology of the child. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). Existentialism is a humanism. New Haven, CT. Yale University Press.

Tarp, A. (2004). Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDf No. 3.

Tarp, A. (2017). Math ed & research 2017. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to. Journal of Mathematics Education, 11(1), 103-117.

Division dislike cured with 5 sticks and 1 cup and bundle-writing

A class dislikes division, e.g. $336/7$. The solution is to see $336/7$, not as 336 divided between 7, but as 336 counted in 7s; and to use bundle-writing $336 = 33B6 = 28B56$, since a total can be recounted in three ways: normal and with overload or underload. Now, with $T = 336 = 33B6 = 28B56$, we have $T/7 = 4B8 = 48$.

Recounting may be trained with bundle-counting 5 sticks in 2s.

Normal: $T = 5 = 2B1$ 2s. With overload: $T = 5 = 1B3$ 2s. With underload: $T = 5 = 3B-1$ 2s.

Likewise with: $T = 74 = 7B4 = 6B14 = 8B-6$.

Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og bundt-skrivning

En klasse har problemer med division, fx $336/7$. Løsningen er at opfatte $336/7$, ikke som 336 delt mellem 7, men som 336 optalt i 7ere; samt benytte bundt-skrivning $336 = 33B6 = 28B56$, idet totaler kan omtælles på tre måder: normal og med overlæs eller underlæs. Så med $T = 336 = 33B6 = 28B56$, er $T/7 = 4B8 = 48$.

Omtælling indøves med 5 pinde, som bundt-tælles i 2ere.

Normal: $T = 5 = 2B1$ 2ere. Med overlæs: $T = 5 = 1B3$ 2ere. Med underlæs: $T = 5 = 3B-1$ 2ere.

Ligeledes med: $T = 74 = 7B4 = 6B14 = 8B-6$.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder. Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentialistiske filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet". Tilsvarende siger Bourdieu (1977) at "Alle pædagogiske handlinger er objektivt symbolsk vold, for så vidt som det er påtvingelse af en kulturel vilkårlighed ved en vilkårlig magt (s. 5)". Dette rejser spørgsmålet om matematik og uddannelse er universelt eller valgt, mere eller mindre vilkårligt.

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svar bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns- tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Ulyst til division kureret

En klasse har problemer med division, fx $336/7$. Løsningen er at opfatte $336/7$, ikke som 336 delt mellem 7, men som 336 optalt i 7ere; samt benytte bundt-skrivning $336 = 33B6$, hvor koppen opdeler totalen i bundtede inden for koppen og u-bundtede udenfor.

Samt ved øvelser i at 'bundt-tælle' totaler på tre måder: normal og med overlæs eller underlæs.

Først med 5 pinde, som bundt-tælles i 2ere med en kop til bundterne.

Normal: $T = IIIII = II II I = 2B1$ 2ere. Med overlæs: $T = IIIII = II III = 1B3$ 2ere. Med underlæs: $T = IIIII = II II I \bar{I} = 3B-1$ 2ere.

På samme måde hvis vi optæller i 10ere: $T = 74 = 7B4 = 6B14 = 8B-6$.

Så med en total på 336 (dvs. 33.6 tiere) er der 33 bundter indenfor koppen og 6 ubundtede udenfor. Men vi fortrækker 28 indenfor, så 5 bundter flytter udenfor som 50, dvs. nu med 56 udenfor, som divideret med 7 giver 4 indenfor og 8 udenfor:

$T = 336 = 33B6 = 28B56$, og $T/7 = 4B8 = 48$.

Bundt-skrivning kan bruges ved alle regne-operationer.

$T = 65 + 27 = 6B5 + 2B7 = 8B12 = 9B2 = 92$

$T = 65 - 27 = 6B5 - 2B7 = 4B-2 = 3B8 = 38$

$T = 7 * 48 = 7 * 4B8 = 28B56 = 33B6 = 336$

$T = 7 * 48 = 7 * 5B-2 = 35B-14 = 33B6 = 336$

$T = 336 / 7 = 33B6 / 7 = 28B56 / 7 = 4B8 = 48$

$T = 338 / 7 = 33B8 / 7 = 28B58 / 7 = 4B8 + 2/7 = 48 \frac{2}{7}$

Bundt-skrivning kan også bruges ved multiplikationstabellen:

$T = 4 * 8 = 4 * 1B-2 = 4B-8 = 32$ og $7 * 8 = 7 * 1B-2 = 7B-14 = 6B-4 = 5B6 = 56$

Referencer.

Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.

Bourdieu, P. (1977). *Reproduction in Education, Society and Culture*. London, UK: Sage.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT: Yale University Press.

Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language*. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Fractions and percentages as per-number

Fractions dislike disappear if viewing a fraction as a per-number obtained from double-counting in the same unit, $3/5 = 3\$ \text{ per } 5\$$; or as percent $2\% = 2/100 = 2\$ \text{ per } 100\$$.

Recounting and double-counting uses the 'recount-formula' $T = (T/B)*B$, saying 'From the total T, T/B times, Bs can be pushed away.'

To find $2/3$ of 12 means finding 2\$ per 3\$ of 12\$. Here 12 recounts in 3s as $12\$ = (12/3)*3\$$, giving $(12/3)*2kr = 8\$$. So $2/3$ of 12 is 8.

Brøker og procenter som per-tal

Problemer med brøker forsvinder ved at se en brøk som et per-tal, der fremkommer ved en dobbelt-tælling i samme enhed, $2/3 = 2kr \text{ per } 3kr$, eller som procent $2\% = 2/100 = 2kr \text{ per } 100kr$.

Ved om-tælling og dobbelt-tælling bruges tælle-formlen $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Herved findes $2/3$ af 12 som 2kr per 3kr af 12 kr. Altså ved at om-tælle i 12 i 3ere som $12kr = (12/3) * 3kr$, der giver $(12/3) * 2kr = 8kr$. Så $2/3$ af 12 er 8.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentialistiske filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning:

Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Brøker og procenter som per-tal.

En klasse har problemer med brøker. Dels med at finde en brøkdelt af en total, dels med at forlænge og forkorte, hvor mange adderer og subtraherer i stedet for at multiplicere og dividere.

Løsningen er at se en brøk som et per-tal, der fremkommer ved en dobbelt-tælling i samme enhed, $2/3 = 2\text{kr per } 3\text{kr}$, eller som procent $2\% = 2/100 = 2\text{kr per } 100\text{kr}$.

Ved investering forventes et afkast, der kan være højere eller lavere, fx 7kr pr 5kr eller 3kr per 5kr.

Ved om-tælling og dobbelt-tælling bruges tælle-formlen $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Herved findes $2/3$ af 12 som 2kr per 3kr af 12 kr. Altså ved at om-tælle i 12 i 3ere som $12\text{kr} = (12/3) * 3\text{kr}$, der giver $(12/3) * 2\text{kr} = 8\text{kr}$. Så $2/3$ af 12 er 8.

Opgaven 'Hvor mange procent er 3 per 5?' løses ved at om-tælle 100 i 5ere or erstatte 5kr med 3kr: $T = 100\text{kr} = (100/5) * 5\text{kr}$, der giver $(100/5) * 3\text{kr} = 60\text{kr}$. Så $3/5$ er det samme som 60 pr. 100, eller $3/5 = 60\%$.

At forlænge eller forkorte brøker sker ved at indsætte eller fjerne den samme enhed ovenfor og nedenfor brøklinjen: $T = 2/3 = 2\text{ 4ere} / 3\text{ 4ere} = (2*4)/(3*4) = 8/12$; og $T = 8/12 = 4\text{ 2ere} / 6\text{ 2ere} = 4/6$.

Faktisk kan og bør brøker og decimaltal introduceres i første klasse i forbindelse med optælling i ikoner under ti. 7 optalt i 3ere giver en stak på 2 3ere samt 1. Anbringes denne ved siden af i sin egen stak, fås et decimaltal, $T = 7 = 2.1\text{ 3ere}$. Anbringes den ovenpå optalt som 3ere, fås en brøk: $T = 7 = 2\text{ }1/3\text{ 3ere}$.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT: Yale University Press.

Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B.

Grevholm (Eds.), *Mathematics and language*. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research

Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathacademy.net/2017-math-articles/](http://mathacademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Fractions and per-numbers added as integration

Fractions dislike disappear if viewing a fraction as a per-number obtained from double-counting in the same unit, $3/5 = 3\$ \text{ per } 5\$$; and by respecting that also fractions are added with units: $1/2$ of $2 + 2/3$ of 3 gives $3/5$ of 5 . And not $7/6$, as the school says.

Per-numbers also add with units: $2\text{kg at } 3\$/\text{kg} + 4\text{kg at } 5\$/\text{kg}$ gives $6\text{kg at } (2*3\$ + 4*5\$/6\text{kg}$. Thus, here $3\$/\text{kg} + 5\$/\text{kg} = 4.33\$/\text{kg}$, where the per-number add as the area under the piecewise constant per-number graph, called integration) Similarly, with fractions.

Brøker og per-tal adderet som integration

Problemer med at addere brøker forsvinder ved at se en brøk som et per-tal fremkommet fra dobbelt-tælling i samme enhed, $3/5 = 3\text{kr per } 5\text{kr}$. Samt ved at respektere, at brøker adderes med enheder: $1/2$ af $2 + 2/3$ af 3 giver $3/5$ af 5 . og ikke $7/6$, som skolen siger.

Også per-tal adderes med enheder: $2\text{kg á } 3\text{kr/kg} + 4\text{kg á } 5\text{kr/kg}$ giver $6\text{kg á } (2*3\text{kr} + 4*5\text{kr})/6\text{kg}$. Da $3\text{kr/kg} + 5\text{kr/kg} = 4.33\text{kr/kg}$, adderes per-tal som arealet under den stykkevis konstante per-tals kurve (integration). Tilsvarende med brøker.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Brøker og per-tal adderet som integration.

En klasse har problemer med at addere brøker. Mange adderer tæller og nævner hver for sig.

Løsningen er at se en brøk som et per-tal fremkommet fra dobbelt-tælling i samme enhed, $3/5 = 3\text{kr per } 5\text{kr}$, eller som procent $3\% = 3/100 = 3\text{kr per } 100\text{kr}$.

Samt at begynde med at addere brøker med enheder, som fx $1/2$ af 2 + $2/3$ af 3, der netop giver $1+2$ af $2+3$, altså $3/5$ af 5. Her er altså $1/2+2/3 = 3/5$, som fås ved at addere tæller og nævner hver for sig.

Tilsvarende adderes per-tal med enheder: $2\text{kg á } 3\text{kr/kg} + 4\text{kg á } 5\text{kr/kg}$. Her adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg , medens pertallene skal opganges til styktal før de kan adderes: $3*2\text{kr} + 5*4\text{kr} = 26\text{kr}$. Så svaret er $6\text{ kg á } 26/6\text{ kr/kg}$. Så her er $3\text{kr/kg} + 5\text{kr/kg} = 4.33\text{kr/kg}$, kaldet det vægtede gennemsnit.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tals kurve. Tilsvarende med brøker.

At addere to brøker a/b og c/d uden enheder er i princippet meningsløst, men kan gives mening ved at brøkerne tages af den samme total, $b*d$. Man får da additionen:

a/b af $b*d$ + c/d af $b*d$, hvilket giver en total på $a*d$ + $c*b$ af $b*d$. Altså er $a/b + c/d = (a*d + c*b)/b*d$.

At addere brøker og pertal med enheder giver en god introduktion til calculus. Som vist er multiplikation før addition det samme som integration. Og omvendt integration er det samme som differentiation: Opgaven $2\text{kg á } 3\text{kr/kg} + 4\text{kg á } ?\text{kr/kg} = 6\text{ kg á } 5\text{kr/kg}$ fører til $6 + 4*x = 30$ eller $T1 + 4*x = T2$, som løses med subtraktion før division, altså differentiation: $x = (T2-T1)/4 = \Delta T/4$.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAlTarp YouTube videoer.

Referencer.

Arendt, H. (1963). Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). Thinking sociologically. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). The discovery of grounded theory. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). The sociological imagination. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). Improving schools in Sweden: An OECD Perspective. Retrieved from:

www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). Science of education of the psychology of the child. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). Existentialism is a humanism. New Haven, CT. Yale University Press.

Tarp, A. (2004). Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry. In C. Bergsten & B.

Grevholm (Eds.), Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research

Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). Math ed & research 2017. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to. Journal of Mathematics Education, 11(1), 103-117.

Proportionality as double-counting with per-numbers

Proportionality dislike disappears by renaming it to 'unit-shift by double-counting', which leads to 'per-numbers' such as e.g. 2\$ per 3kg or 2\$/3kg or 2/3 \$/kg. Recounting uses the 'recount-formula' $T = (T/B)*B$, saying 'From the total T, T/B times, Bs can be pushed away.'

Thus, a total of 16\$ is recounted kg as $T = 16\$ = (16/2)*2\$ = (16/2)*3\text{kg} = 24 \text{ kg}$. Likewise, 12kg can be recounted in \$ as $T = 12\text{kg} = (12/3)*3\text{kg} = (12/3)*2\$ = 8\$$.

Proportionalitet som dobbelt-tælling med per-tal

Problemer med proportionalitet forsvinder ved at omdøbe proportionalitet til 'enheds-skift ved dobbelt-tælling', som fører til 'per-tal' som fx 2kr pr 3kg eller 2kr / 3 kg eller 2/3 kr/kg. Til om-tælling bruges 'omtællings-formlen' $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Herved kan 16kr om-tælles i 2ere som $T = 16\text{kr} = (16/2) * 2\text{kr} = (16/2) * 3\text{kg} = 24 \text{ kg}$. Ligeledes kan de 12kg om-tælles i 3ere som $T = 12\text{kg} = (12/3) * 3\text{kg} = (12/3) * 2\text{kr} = 8\text{kr}$.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentialistiske filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Proportionalitet som dobbelt-tælling med per-tal

En klasse har problemer med proportionalitet. Prisen er 2kr / 3kg. Alle finder kr-tallet for 12kg, men kun få finder kg-tallet for 16kr. Løsningen er at omdøbe proportionalitet til 'enheds-skift' ved 'dobbelt-tælling', som fører til 'per-tal' som fx 2kr pr 3kg eller 2kr / 3 kg eller 2/3 kr/kg. Enhederne forbindes så ved at om-tælle det kendte antal i per-tallet.

Op-tælling og om-tælling bruger begge 'tælle-formlen' $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere'.

Herved kan 16kr om-tælles i 2ere som $T = 16kr = (16/2) * 2kr = (16/2) * 3kg = 24 kg$. Ligeledes kan de 12kg om-tælles i 3ere som $T = 12kg = (12/3) * 3kg = (12/3) * 2kr = 8kr$. Vil denne forskel gøre en forskel? I teorien, ja, da proportionalitet forbindes med optælling, en basal fysisk aktivitet.

Faktisk findes proportionalitet i første klasse ved at op-tælle totaler i ikon-bundter forskellig fra standardbundtet ti og ved bagefter at om-tælle i en ny enhed. Dette fører direkte til tælleformlen, der har samme form som $y = k*x$.

Således kan en total på 8 op-tælles i 2ere som $T = (8/2)*2 = 4*2 = 4$ 2ere.

Og en total på 3 4ere kan om-tælles til 5ere som $T = (3*4/5)*5 = 2*5 = 2$.

Og per-tal fører direkte videre til brøktal, som fremkommer ved dobbelt-tælling i samme enhed, fx 2kr per 3kr = $2kr/3kr = 2/3 = 2$ per 3.

2/3 af 15 svarer til at få 2kr per 3kr af 15kr fundet ved at om-tælle 15 i 3ere og deraf tage 2: $T = 15kr = (15/3)*3kr$ giver $(15/3)*2kr = 10$ kr. Så 2/3 af 15 er 10.

Tilsvarende findes 20% af 15 ved at om-tælle 15 i 100ere: $T = 15 = (15/100)*100$ giver $(15/100)*20 = 3$.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAlTarp YouTube videoer.

Referencer.

Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from:

www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT: Yale University Press.

Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B.

Grevholm (Eds.), *Mathematics and language*. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Equations solved by moving across, inverse reckoning or recounting

Equations such as $2+3u = 14$ and $25-u = 14$ and $40/u = 5$ are easily solved by the rule for reverse operations: 'Move to opposite side with opposite calculation sign'.

The equation $u+3 = 8$ asks for a number u that added to 3 gives 8, which by definition is $u = 8-3$; thus $+3$ moves to the opposite side with the opposite calculation sign. Similarly with $u*2 = 8$ solved by $u = 8/2$; and with $u^3 = 12$ solved by $u = \sqrt[3]{12}$, where the root is a 'factor-finder'; and with $3^u = 12$ solved by $u = \log_3(12)$, where the logarithm is a 'factor counter'.

Ekvationer løst ved overflytning, tilbageregning eller omtælling

Ekvationer som $2 + 3u = 14$ og $25 - u = 14$ og $40/u = 5$ løses let ved reglen for omvendte operationer: 'Flyt til modsat side med modsat regnetegn'.

I $u+3 = 8$ søges det tal u , der adderet med 3 giver 8, hvilket pr. definition er $u = 8-3$; så $+3$ flytter til modsat side med modsat regnetegn. Tilsvarende med $u*2 = 8$, som løses af $u = 8/2$; og med $u^3 = 12$, som løses af $u = \sqrt[3]{12}$, hvor roden er en faktor-finder; og med $3^u = 12$, som løses af $u = \log_3(12)$, hvor logaritmen er en faktor-tæller.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentialistiske filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Ekvationer løst ved overflytning.

En klasse har problemer med ekvationerne $2 + 3u = 14$ og $25 - u = 14$ og $40/u = 5$, hvor ekvationen er sammensat eller den ubekendte har omvendt regnetegn. Løsningen er at bruge definitionerne af de omvendte operationer til at fastlægge den grundlæggende løsningsregel: 'Flyt til modsat side med modsat regnetegn'.

I $u+3 = 8$ søges det tal u , der adderet med 3 giver 8, hvilket pr. definition er $u = 8-3$; så $+3$ flytter til modsat side med modsat regnetegn. Tilsvarende med $u*2 = 8$, som løses af $u = 8/2$; og med $u^3 = 12$, som løses af $u = \sqrt[3]{12}$, hvor roden er en faktor-finder; og med $3^u = 12$, som løses af $u = \log_3(12)$, hvor logaritmen er en faktor-tæller.

Ekvationen $2 + 3*u = 14$ kan ses som en dobbelt beregning, der reduceres til en enkelt af en parentes omkring den stærkere operation, $2 + (3*u)$. Flyttes 2 til modsat side med modsat regnetegn fås $3*u = 14-2$. Så flyttes 3 til modsat side, hvor en parentes sættes om det, der først skal beregnes: $u = (14-2)/3 = 12/3 = 4$.

Ekvationen kan også løses ved frem-og-tilbage-gang: Frem ganges med 3 og adderes med 2. Tilbage subtraheres 2 og divideres med 3, så $u = (14-2)/3 = 4$.

I ekvationen $25 - u = 14$ har u modsat regnetegn, og flytter derfor til modsat side for at få et normalt regnetegn. Herefter flyttes 14 til modsat side med modsat regnetegn: $25 = 14 + u$; $25 - 14 = u$; $11 = u$.

Tilsvarende med $40/u = 5$ som giver $40 = 5*u$; $40/5 = u$; $8 = u$.

Har klassen lært bundt-tælling og om-tælling vil en dobbelt om-tælling gives $40 = (40/u)*u = 5*u$, og $40 = (40/5)*5$, så $u = 40/5$.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT. Yale University Press.

Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4* (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Calculus: Adding and splitting into locally constant per-numbers

Calculus is made easy by beginning with integral calculus for adding piecewise or locally constant per-numbers by their areas. Adding '2kg á 3\$/kg + 4kg á 5\$/kg', the unit numbers 2 and 4 add directly to 6, while the per-numbers 3 and 5 must be multiplied to unit-numbers before they can add: $3*2 + 5*4 = 26$. Thus, the answer is 6 kg á $26/6$ \$/kg. However, multiplication creates areas, so per-numbers add by the area under the piecewise constant per-number graph.

Calculus: Addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal

Calculus lettes ved at begynde med integralregning til addition af stykkevis eller lokalt konstant per-tal ved deres arealer.

I additionen '2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg' adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg, medens pertallene skal opganges til styktal før de kan adderes: $3*2kr + 5*4kr = 26kr$. Så svaret er 6 kg á $26/6$ kr/kg.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tal graf.

Baggrund: Faldende PISA-resultater

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Calculus: Addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal

En klasse har problemer med calculus. Løsningen er at udskyde differentialregning indtil efter integralregning er lært som et middel til at addere stykkevis eller lokalt konstant per-tal ved deres arealer.

I additionen '2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg' adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg, medens pertallene skal opganges til styktal før de kan adderes: $3 \cdot 2kr + 5 \cdot 4kr = 26kr$. Så svaret er 6 kg á $26/6$ kr/kg.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tal graf, altså som få arealstrimler, $S = \sum p \cdot \Delta x$.

Et ikke-konstant per-tal kan anses som lokalt konstant (kontinuert), hvilket betyder addition af uoverskueligt mange arealstrimler, $S = \int p \cdot dx$. Der dog kan lettes ved at omskrive strimlerne som tilvækster, $p \cdot dx = dy$ eller $dy/dx = p$. For ved opsummering af tilvækster vil alle midterled forsvinde og blot efterlade differensen mellem y-slut og y-start.

Dette giver en ægte motivation for differentialregning: Kan strimlen $2x \cdot dx$ skrives som tilvæksten $d(x^2)$, bliver summen $\int 2x \cdot dx$ differensen mellem x^2 -slut og x^2 -start.

Tilvækst- formler kan observeres i et rektangel, hvor ændringerne Δb og Δh i basen b og højden h giver den samlede ændring af arealet ΔT som summen af en lodret strimmel, $\Delta b \cdot h$, og en horisontal strimmel, $b \cdot \Delta h$, og et hjørne, $\Delta b \cdot \Delta h$, der kan negligeres ved små ændringer.

Dvs. $d(b \cdot h) = db \cdot h + b \cdot dh$ eller optalt i Tere: $dT/T = db/b + dh/h$, eller med $T' = dT/dx$, $T'/T = b'/b + h'/h$.

Derfor er $(x^2)' / x^2 = x'/x + x'/x = 2 \cdot x'/x$, hvilket giver $(x^2)' = 2 \cdot x$, da $x' = dx/dx = 1$.

Så differentialregning er først og fremmest nyttig til hurtig opsummering af mange tal. Sidenhen også til at beskrive grafers vækstforhold med henblik på optimering.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT. Yale University Press.

Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4* (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Calculus in primary school, in middle school and in high school

Counted and recounted, blocks may be added, but on-top or next-to? Next-to addition of 2 3s and 4 5s as 8s means integrating their areas, called integral calculus where multiplication precedes addition. Asked oppositely '2 3s +? 5s gives 3 8s', the answer is obtained by letting subtraction precede division, called differential calculus. So, with block numbers, calculus occurs already in primary school.

In middle school calculus occurs when adding per-numbers in blending tasks as '2kg á 3\$/kg + 4kg á 5\$/kg = ?'

Calculus ved skolestart, i mellemskolen og i highskolen

Efter optælling følger addition af blokke, men skal de adderes ovenpå eller sidelæns?

Skal 2 3ere og 4 5ere adderes sidelæns som 8ere, sker det via deres areal, altså ved integration, hvor multiplikation kommer før addition.

Spørges modsat '2 3ere + ? 5ere giver 3 8ere', fås svaret ved at lade subtraktion komme før division, dvs. ved differentiation.

Så med bloktal, vil calculus forekomme allerede ved skolestarten.

I mellemskolen findes calculus i blandingsregning '2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg = ?'

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp,

2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Calculus ved skolestart, i mellemskolen og i highskolen.

Matematik betyder viden på græsk, der valgte ordet som fællesbetegnelse for vidensområderne aritmetik og geometri og musik og astronomi, som de så som studiet af mange for sig selv, i rum, i tid og i tid og rum.

Med musik og astronomi ude, er matematik i dag blot en fællesbetegnelse for algebra og geometri, begge med rødder i mange, som det fremgår af deres betydning på arabisk og græsk: at genforene tal og at måle jord.

Når vi møder mange, spørger vi 'hvor mange totalt?' Svaret får vi ved at tælle, før vi regner. Tælling sker ved at bundte og stakke, forudsagt af tælleformlen $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere', fx $T = 3 \text{ 4ere} = (3*4)/5*5 = 2 \text{ 5ere} \& 2$.

Efter optælling følger addition af stakke, men skal de adderes ovenpå eller sidelæns?

Skal stakkene 2 3ere og 4 5ere adderes sidelæns som 8ere, sker det via deres areal, altså ved integration, hvor multiplikation kommer før addition.

Spørges modsat '2 3ere + ? 5ere giver 3 8ere', fås svaret ved at lade subtraktion komme før division, dvs. ved differentiation.

Så ved at optælle totaler i stak-tal, vil calculus forekomme allerede ved skolestarten.

I mellemskolen optræder calculus ved blandingsregning:

I additionen '2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg' adderes styktallene 2kg og 4kg direkte til 6kg, medens per-tallene skal opganges til styk-tal før de kan adderes: $3*2kr + 5*4kr = 26kr$. Så svaret er 6 kg á $26/6$ kr/kg.

At addere gangestykker betyder geometrisk at addere arealer, hvilket kaldes integration. Så per-tal adderes som arealet under den stykkevis konstante per-tal graf, altså addition af arealstrimler, $S = \Sigma p*\Delta x$, eller $S = \int p*dx$ i highskolen, hvor per-tallene er lokalt konstante (kontinuerte), og igen først skal adderes før de kan subtraheres ved differentiation.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAlTarp YouTube videoer.

Referencer.

Arendt, H. (1963). Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil. London, UK: Penguin Books.

Bauman, Z. (1990). Thinking sociologically. Oxford, UK: Blackwell.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). The discovery of grounded theory. New York, NY: Aldine de Gruyter.

Mills, C. (1959). The sociological imagination. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). Improving schools in Sweden: An OECD Perspective. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Piaget, J. (1969). Science of education of the psychology of the child. New York, NY: Viking Compass.

Sartre, J.P. (2007). Existentialism is a humanism. New Haven, CT. Yale University Press.

Tarp, A. (2004). Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2017). Math ed & research 2017. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).

Tarp, A. (2018). Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to. Journal of Mathematics Education, 11(1), 103-117.

STEM-based core-math makes migrants pre-engineers

Our word- and number-language assign words and numbers to the world with sentences and formulas that contain a subject, a verb, and a predicate. With a number-language, young migrants can access core-math directly: Recounting in a new unit is predicted by a 'recount-formula' $T = (T/B)*B$, saying 'From the total T, T/B times, Bs can be pushed away', e.g., $T = 3 \text{ 4s} = (3*4)/5*5 = 2 \text{ 5s} \& 2$. After recounting and recounting, blocks may add next-to as areas (integration) or on-top if the units are made equal by recounting (proportionality).

STEM-baseret kerne-matte gør migranter til præ-ingeniører

Vore tale- og tal-sprog itale- og italsætter verden med sætninger og formler, som indeholder et subjekt, et verbum og et prædikat. Med tal-sprog får unge migranter adgang til med kerne-matte: Omtælling i ny enhed forudsiges af en 'tælle-formel' $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere', fx $T = 3 \text{ 4ere} = (3*4)/5*5 = 2 \text{ 5ere} \& 2$. Efter op- og omtælling kan blokke adderes sidelæns som arealer (integration) eller ovenpå hvis enhederne gøres ens ved omtælling (proportionalitet).

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces og hvordan man kan forbedre skolerne i Sverige og andre steder.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)."

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere, at "Den ideelle rationalitet indeholder en iboende fare for en anden afvigelse fra dets formål - faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: STEM-baseret kerne-matte.

Vi mestrer omverdenen med tale-sprog og tal-sprog, der itale-sætter og ital-sætter ting med sætninger og formler, som indeholder et subjekt, et verbum og et prædikat: 'Bordet er gult' og 'Totalen er 3 4ere'. Til et sprog hører et metasprog, en grammatik og en matematik, som bør læres efter sproget.

Unge migranter får direkte adgang til tal-sproget med kerne-matte: A) Cifre er ikoner med det antal streger, det repræsenterer. B) Regnearter er ikoner for bundt-tælling: division fjerner bundter, multiplikation stakker bundter, subtraktion fjerner stakken for at finde u-bundtede, addition forener stakke ovenpå eller sidelæns. C) Bundt-tælling og bundtskrivning viser bundter inden for koppen og u-bundtede udenfor, fx $T = 4B5 = 4.5 \text{ tiere} = 45$. D) Totaler skal op-tælles og om-tælles og dobbelt-tælles før de adderes. E) Om-talt i samme enhed kan en total skrives på 3 måder: normal, med overlæs eller underlæs, fx $T = 46 = 4B6 = 3B16 = 5B-4$. F) Om-tælling i ny enhed (proportionalitet) forudsiges af en 'tælle-formel' $T = (T/B)*B$, der siger: 'Fra T kan vi T/B gange fjerne Bere', fx $T = 3 \text{ 4ere} = (3*4)/5*5 = 2 \text{ 5ere} \& 2$. G) Om-tælling fra tiere til ikoner giver ekvationer, fx $x*5 = 40 = (40/5)*5$ med løsning $x = 40/5$.

Dobbelttælling giver per-tal og proportionalitet med om-tælling i pertallet: med 2kr per 3 kg er 12 kg = $(12/3)*3\text{kg} = (12/3)*2\text{kr} = 8\text{kr}$. H) Efter optælling kommer addition, ovenpå og sidelæns, der fører til proportionalitet og integration. I) Omvendt addition fører til ligninger og differentiation. J) Per-tal fører til brøker, der som operatorer begge skal opganges for at blive tal, og derfor adderes som arealer, altså ved integration. K) Calculus er addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal. L) Undervejs inddrages centrale STEM-områder under temaet 'vand i bevægelse'.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAlTarp YouTube videoer.

Referencer.

- Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.
- Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.
- Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.
- Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.
- Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.
- Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT. Yale University Press.
- Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4* (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDf No. 3.
- Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).
- Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

Math blocks for the block-organized secondary school

In the EU, secondary school is a line-organized with compulsory classes forcing the teenagers to follow the year-group despite boys being two years behind in maturity. For economic reasons, low achievers are forced to stay in the class which cannot be repeated.

In the United States, secondary school supports the teenager's identity work by welcoming them with esteem: 'Inside, you carry a talent that together, we will now uncover and develop through daily homework in self-selected half-year blocks of a practical or theoretical nature together with teachers who have one subject only.'

Matte-blokke til den blok-opdelte sekundærskole

I EU er sekundærskolen linjeopdelt med 'tvangsklasser', hvor de unge følger årgangen til skade for drenge, der er to år bagud i modenhed. Af økonomiske grunde fastholdes langsomme unge, som får lave karakterer og lavt selvværd. I USA støtter den identitetsarbejdet ved at byde den unge velkommen med agtelse: 'Du bærer et talent, som vi i fællesskab nu afdækker og udvikler gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af praktisk eller teoretisk art sammen med lærere, der kun har ét fag.'

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16). "

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79)". Han påpeger endvidere faren for en målforskydning (s. 84).

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentiale filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svare bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Matte-blokke til den blok-opdelte sekundærskole.

I EU er sekundærskolen linjeopdelt med 'tvangsklasser', hvor de unge følger årgangen til skade for drenge, der er to år bagud i modenhed. Af økonomiske grunde fastholdes langsomme unge, som får lave karakterer og lavt selvværd. I USA støtter den identitetsarbejdet ved at byde den unge velkommen med agtelse: 'Du bærer et talent, som vi i fællesskab nu afdækker og udvikler gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af praktisk eller teoretisk art sammen med lærere, der kun har ét fag. Går det godt, siger vi 'flot job', du har talent, du skal vist have flere blokke. Hvis ikke, siger vi 'flot forsøg', du har mod til at prøve kræfter med noget ukendt og til nu at afprøve andre blokke.«

Så alle forlader halvårsblokken med ros. Og med lyst til som 18-årige at prøve kræfter med de tertiære jobrettede veje, hvor netop deres personlige talent kan udfoldes. Og som også er opdelt i halvårsblokke, så man hurtigt kan supplere eller udbygge sin grad med nye blokke ved jobskifte eller arbejdsløshed.

På en blokopdelt skole kan matte tilbydes i forskellige blokke med teoretisk eller praktisk udgangspunkt, så alle kan få kompetencer til at påbegynde en tertiær STEM-uddannelse (Science, Technology, Engineering, Math). Der kan også tilbydes blokke, som gentager primærskolens matte (tal, regnearter, addition, subtraktion, multiplikation, division, brøker, osv.). Og som kan kurere matte ulyst og give en introduktion til kerneområderne proportionalitet, ligninger og calculus ved at bruge en anderledes tilgang (mange-matik) med bloktal, bundt-tælling, om-tælling og dobbelt-tælling med per-tal før addition.

En blokopdelt skole er særlig effektiv for unge migranter som ønsker hurtigt at opnå STEM-kompetence for at bidrage til genopbygning af deres oprindelige hjemland.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

- Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.
- Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.
- Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.
- Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.
- Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.
- Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language*. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.
- Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).
- Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

The teacher as a difference researcher

Difference research finds hidden differences that make a difference. It is used to solve problems in class. Or by teacher-researchers with shared time between academic work at a university and intervention research in a class. Or by full-time researchers working together with teachers: The teacher observes problems, the researcher identifies differences. A mutual micro-curriculum is created, tested by the teacher and reported by the researcher in a pretest-posttest study.

Læreren som differens-forsker

Differensforskning finder skjulte forskelle, der gør en forskel. Den bruges til at løse problemer i klassen, eller af lærer-forskere, der deler tid mellem akademisk arbejde på et universitet og interventionsforskning i en klasse. Eller af fuldtids forskere, der samarbejder med lærerne om fælles brug: læreren observerer problemer, forskeren identificerer forskelle. Sammen udarbejdes et mikro-curriculum, der testes af læreren og rapporteres af forskeren efter en pretest-posttest undersøgelse.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Da matematikuddannelse er en social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16). "

Med hensyn til institutioner, hvoraf matematikuddannelsen er et eksempel, taler Bauman om rationel handling "hvor målet er tydeligt angivet, og aktørerne koncentrerer deres tanker og bestræbelser på at vælge sådanne midler til målet som viser sig at være mest effektive og økonomiske (s. 79) ". Han påpeger endvidere faren for såkaldt målforskydning (s. 84)."

Et sådant eksempel er at sige, at formålet med matematikuddannelse er at lære matematik, da en sådan målsætning er åbenbart meningsløs ved sin selvreferencemåde.

Forbindelsen mellem et mål og dets midler er også til stede i den eksistentialistiske filosofi, der er beskrevet af Sartre (2007) som at fastholde, at "Eksistens går forud for essens (s. 20)". På samme måde påpeger Arendt (1963) at det at praktisere et middel blindt uden at reflektere over sit mål kan føre til at praktisere "ondskabets banalitet".

Inspireret af de gamle græske sofister, der ønsker at undgå at blive patroniseret af valg præsenteret som natur, søger 'differensforskning' efter skjulte forskelle, der gør en forskel (Tarp, 2017). For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

For at finde et svar bruges Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967), til at løfte Piaget videns-tilegnelse (Piaget, 1970) fra et personligt til et socialt niveau for at give fænomenet Mange mulighed for at åbne sig for os og skabe egne kategorier og egenskaber.

Fokus: Læreren som differens-forsker.

Når traditioner giver problemer, kan differensforskning afdække skjulte forskelle der gør en forskel. Eksempelvis siger traditionen, at en funktion er et eksempel på en mængderelation, hvor førstekomponentidentitet medfører andenkomponent-identitet, hvilke du unge hører som 'bablibub er et eksempel som bablibab', som ingen finder meningsfyldt. En forskel er at bruge Eulers oprindelige definition, som alle unge godtager problemløst: 'En funktion er et fællesnavn for regnestykker med både kendte og ukendte tal.'

Differensforskning kan bruges af lærere til at løse problemer i klassen, eller af lærer-forskere, der deler deres tid mellem akademisk arbejde på et universitet og interventionsforskning i en klasse. Eller af fuldtids forskere, der samarbejder med lærerne om fælles brug af differensforskning: læreren observerer problemer, forskeren identificerer forskelle. Sammen udarbejdes et mikro-curriculum, der testes af læreren og rapporteres af forskeren efter en pretest-posttest undersøgelse. En typisk differensforsker begynder som en almindelig lærer, der reflekterer over, om alternativer kan løse observerede læringsproblemer.

En differens-forsker kombinerer elementer fra aktionslæring og aktionsforskning og interventionsforskning og designforskning. Først identificeres en forskel, så designes et mikro-curriculum, der testes for at se, hvad der gør en forskel. Forløbet rapporteres internt og drøftes med kolleger. Efter at have gentaget denne cyklus af design, undervisning og intern rapportering, kommer den eksterne rapportering til magasiner eller konferencer eller tidsskrifter af forskellen og hvilken forskel den gør i en pretest-posttest undersøgelse.

Forskning bør skabe viden til at forklare naturen og forbedre sociale forhold. Men som institution risikerer den det, sociologen Bauman kalder en målforskydning, så forskningen bliver selvrefererende i stedet for at finde forskelle.

For flere detaljer, se det web-baserede lærerakademi MATHeCADEMY.net og MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

- Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil*. London, UK: Penguin Books.
- Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically*. Oxford, UK: Blackwell.
- Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. New York, NY: Aldine de Gruyter.
- Mills, C. (1959). *The sociological imagination*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- OECD. (2015). *Improving schools in Sweden: An OECD Perspective*. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.
- Piaget, J. (1969). *Science of education of the psychology of the child*. New York, NY: Viking Compass.
- Sartre, J.P. (2007). *Existentialism is a humanism*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Tarp, A. (2004). *Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry*. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), *Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4* (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.
- Tarp, A. (2017). *Math ed & research 2017*. Retrieved from [//mathecademy.net/2017-math-articles/](http://mathecademy.net/2017-math-articles/).
- Tarp, A. (2018). *Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to*. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 103-117.

MATHeCADEMY.net: Math as a Natural Science about Many, a Booth Exhibit

MATHeCADEMY.net provides online courses for teachers who want to teach mathematics as 'Many-Math', i.e. as a natural science about the physical fact many; as well as wanting to see mathematics as a number-language in family with the word-language, both using full sentences with a subject, a verb and a predicate, and where two competencies are sufficient: counting and adding in space and time. Many-Math respects the child's own number-language with flexible 2D bundle-numbers like $T = 2 \cdot 3 = 2 \text{ 3s}$; and counting before addition.

MATHeCADEMY.net: Læreruddannelse i matte som naturvidenskaben om Mange, ideudstilling

MATHeCADEMY.net giver online-kurser til lærere, der ønsker at undervise i matematik som 'mange-matik', dvs. som en naturvidenskab om det fysiske faktum Mange; samt ønsker at se matematik som et tal-sprog i familie med tale-sproget, hvor begge bruger fulde sætninger med subjekt, verbum og prædikat, og hvor to kompetencer er tilstrækkeligt: at tælle og regne i rum og tid. Mange-matik respekterer barnets eget tal-sprog, med fleksible 2D bundt-tal som $T = 2 \cdot 3 = 2 \text{ 3ere}$, og tælling før addition.

Baggrund: Faldende PISA-resultater på trods af øget forskning.

Forskningen i matematikuddannelse er vokset siden dens første internationale kongres ICME1 i 1969. Ligeledes har finansiering, se fx 'National Center for Matematik'. På trods af ekstra forskning og finansiering og til trods for at være blevet advaret mod den mulige irrelevans af en voksende forskningsindustri (Tarp, 2004) har faldende svenske PISA-resultater forårsaget OECD til at skrive rapporten "Improving Schools in Sweden" (2015), der beskriver den svenske skolens som "havende brug for akut ændring", da "mere end en ud af fire studerende ikke engang opnår basisniveauet 2 i matematik, hvor eleverne begynder at demonstrere kompetencer for aktivt at deltage i livet (s. 3)."

Som social institution, kan social teori muligvis give et fingerpeg om den manglende forskningssucces.

Fantasi som kernen i sociologi er beskrevet af Mills (1959). Bauman (1990) er enig ved at sige, at sociologisk tænkning "genindfører fleksibilitet til en verden, der er fastfrosset i rutiner ved at vise en alternativ verden, som den kunne være forskellig fra hvad den er nu (s. 16)." Han påpeger endvidere faren for såkaldt målforskydning (s. 84), hvor et middel bliver til et mål i stedet. For at undgå en målforskydning i matematikuddannelsen spørger differensforskning: Hvordan ville matematikken se ud, hvis den grundfæstes i sin udvendige rod, den fysiske faktum Mange?

Fokus: Læreruddannelse i matte som naturvidenskaben om Mange.

Peter er matematiklærer i en klasse af hvor mange har opgivet division og brøker, så Peter er ved at opgive at være lærer, da han hører om '1kop & 5pinde' metoden til at helbrede matematik-modvilje (Tarp, 2018), og da han ser 'CupCount and ReCount before you add' (www.youtube.com/watch?v=IE5nk2YEQIAxx).

Her bundt-tælles 5 pinde i 2ere med en kop til bundterne. Han ser, at en total kan optælles i samme enhed på tre måder: overlæs, standard og underlæs:

$T = 5 = \text{I I I I} = \text{II I I I} = 1\text{B}3 \text{ 2s} = \text{II II I} = 2\text{B}1 \text{ 2s} = \text{III II I} = 3\text{B}-1 \text{ 2s}$

Så optalt i bundter giver indvendigt et antal bundter og et udvendigt et antal singler; og flyttes en pind ud eller ind skaber det overlæs eller underlæs.

Ved multiplikation kan 7×48 bundt-skrives som $7 \times 4\text{B}8$, hvilket giver 28 indvendige og 56 udvendige, der er et overlæs, der kan omtælles: $T = 7 \times 4\text{B}8 = 28\text{B}56 = 33\text{B}6 = 336$.

Og når du deler, kan $336/7$ bundt skrives som $33B6/7$, der omtælles til 28 indeni og 56 udenfor i henhold til multiplikationstabellen. Så $33B6/7 = 28B56/7 = 4B8 = 48$.

For at prøve det selv, downloader Peter 'CupCount & ReCount Booklet'. Han giver en kopi til sine kolleger, og de beslutter at arrangere et gratis 1-dags Skype-seminar.

Om morgenen ser de PowerPoint-præsentationen 'Curing Math Dislike' og diskuterer seks spørgsmål: først problemerne med moderne matematik, MetaMatism; så potentialerne i postmoderne matematik, ManyMath; så forskellen mellem de to; så et forslag til en ManyMath læseplan på grundskolen og mellem- og gymnasiet; så teoretiske aspekter; og endelig hvor man kan lære om ManyMath.

Her er MetaMatisme en blanding af MateMatism, sand inde i et klasseværelse, men sjældent udenfor hvor ' $2 + 3 = 5$ ' modsiges af 2 uger + 3dage = 17dage; og MetaMatik, der præsenterer begreber TopDown som et eksempel på en abstraktion i stedet for BottomUp som en abstraktion fra mange eksempler: "En funktion er et eksempel på et mængdeprodukt" i stedet for "En funktion er en tal-sprogs sætning"

Om eftermiddagen arbejder gruppen med en udvidet version af CupCount & ReCount Booklet, hvor Peter hjælper de nyankomne. På seminaret er der to Skype-sessioner med en ekstern instruktør, en middag og en om eftermiddagen.

Ved at bringe ManyMath til sit klasseværelse, ser Peter, at mange vanskeligheder forsvinder, så han tager en 1 års fjernundervisning på MATHeCADEMY.net for at undervise i matematik som ManyMath, en naturvidenskab om mange. Peter og 7 andre afprøver PYRAMIDeDUCATION, hvor de er organiseret i 2 hold af 4 lærere, der vælger 3 par og 2 instruktører på tur. En ekstern træner hjælper instruktørerne med at instruere resten af deres hold. Hvert par arbejder sammen for at løse tæl®n problemer og rutinemæssige problemer; og at udføre en pædagogisk opgave, der skal rapporteres i et essay rigt på observationer af eksempler på kognition, både genkognition og ny kognition, dvs. både assimilering og akomodering. I et par korrigerer hver lærer den andens rutineopgave. Hvert par er opponeret på essayet i et andet par. Hver lærer betaler ved at coaching en ny gruppe på 8 lærere.

På akademiet kaldes 2x4 sektionerne CATS til grundskole og gymnasium inspireret af, at vi mestrer mange ved at tælle og regne i tid og rum.

På akademiet læres børnenes matematik gennem guidede sætningsfrie møder med sætningens subjekt, hvilket udvikler tavs viden og kompetencer samt individuelle sætninger, der kommer fra abstraktioner og valideringer i laboratoriet, dvs. gennem automatisk 'grib for at begribe'-læring.

De unges matematik læres gennem pædagogiske sætningsbelastede fortællinger abstraheret fra og valideret i laboratoriet, det vil sige gennem automatisk "sladderlæring": Tak for at fortælle mig noget nyt om noget, jeg allerede vidste.

For flere detaljer, se MrAITarp YouTube videoer.

Referencer.

Bauman, Z. (1990). Thinking sociologically. Oxford, UK: Blackwell.

Mills, C. (1959). The sociological imagination. Oxford, UK: Oxford University Press.

OECD. (2015). Improving schools in Sweden: An OECD Perspective. Retrieved from: www.oecd.org/edu/school/improving-schools-in-sweden-an-oecd-perspective.htm.

Tarp, A. (2004). Mathematism and the Irrelevance of the Research Industry. In C. Bergsten & B. Grevholm (Eds.), Mathematics and language. Proc. 4th Swedish Mathematics Education Research Seminar, MADIF 4 (pp. 229-241). Linköping, Sweden: SMDF No. 3.

Tarp, A. (2018). Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to. Journal of Mathematics Education, 11(1), 103-117.

Introducing Allan Tarp

As a curriculum architect at the MATHeCADEMY.net, Allan Tarp uses difference research to find differences that make a difference, such as icon-numbers, bundle-counting, recounting and double-counting and per-numbers, see MrAITarp YouTube videos, and the article 'Mastering Many' in Journal of Mathematics Education, 11 (1), 103-117. As an instructor at MATHeCADEMY.net, he teaches teachers to teach mathematics as 'Many-Math', a natural science about many, with two competencies only, count and add in time and space.

Som curriculum arkitekt ved MATHeCADEMY.net, bruger Allan Tarp 'Differens-forskning' til at finde forskelle, der gør en forskel, som fx ikontal, bundt-tælling, om-tælling og dobbelt-tælling og per-tal, se MrAITarp YouTube videoer, samt artiklen 'Mastering Many' i Journal of Mathematics Education, 11(1), 103-117. Som instruktør på MATHeCADEMY.net lærer han lærere at undervise i matematik som 'mange-matik', en naturvidenskab om Mange, med blot to kompetencer, tæl og regn i tid og rum

A Case: Peter, stuck in division and fractions

Being a mathematics teacher in a class of ordinary students and repeaters flunking division and fractions, Peter is about to give up teaching when he learns about the '1cup & 5sticks' method to cure mathematics dislike by watching 'CupCount and ReCount before you Add' (<https://www.youtube.com/watch?v=IE5nk2YEQIAxx>).

Here 5 sticks are CupCounted in 2s using a cup for bundles. He sees that a total can be recounted in the same unit in 3 different forms: overload, standard and underload:

$$T = 5 = \text{|||||} = \text{||} \text{|||} = 1\text{B}3 \text{ 2s} = \text{||} \text{||} \text{|} = 2\text{B}1 \text{ 2s} = \text{||} \text{||} \text{||} + = 3\text{B}-1 \text{ 2s}$$

So counted in bundles, a total has an inside number of bundles and an outside number of singles; and moving a stick out or in creates an over-load or an under-load.

When multiplying, 7×48 is bundle-written as $7 \times 4\text{B}8$ resulting in 28 inside and 56 outside as an overload that can be recounted: $T = 7 \times 4\text{B}8 = 28\text{B}56 = 33\text{B}6 = 336$.

And when dividing, $336/7$ is bundle-written as $33\text{B}6 / 7$ recounted to 28 inside and 56 outside according to the multiplication table. So $33\text{B}6 / 7 = 28\text{B}56 / 7 = 4\text{B}8 = 48$.

To try it himself, Peter downloads the 'CupCount & ReCount Booklet'. He gives a copy to his colleagues and they decide to arrange a free 1day Skype seminar.

In the morning they watch the PowerPoint presentation 'Curing Math Dislike', and discuss six issues: first the problems of modern mathematics, MetaMatism; next the potentials of postmodern mathematics, ManyMath; then the difference between the two; then a proposal for a ManyMath curriculum in primary and middle and high school; then theoretical aspects; and finally where to learn about ManyMath.

Here MetaMatism is a mixture of MatheMatism, true inside a classroom but rarely outside where ' $2+3 = 5$ ' is contradicted by $2\text{weeks}+3\text{days} = 17\text{days}$; and MetaMatics, presenting a concept TopDown as an example of an abstraction instead of BottomUp as an abstraction from many examples: A function IS an example of a set-product.

In the afternoon the group works with an extended version of the CupCount & ReCount Booklet where Peter assists newcomers. At the seminar there are two Skype sessions with an external instructor, one at noon and one in the afternoon.

Bringing ManyMath to his classroom, Peter sees that many difficulties disappear, so he takes a 1year distance learning education at the MATHeCADEMY.net teaching teachers to teach MatheMatics as ManyMath, a natural science about Many. Peter and 7 others experience PYRAMIDEUCATION where they are organised in 2 teams of 4 teachers choosing 3 pairs and 2 instructors by turn. An external coach assists the instructors instructing the rest of their team. Each pair works together to solve count&add problems and routine problems; and to carry out an educational task to be reported in an essay rich on observations of examples of cognition, both recognition and new cognition, i.e. both assimilation and accommodation. In a pair each teacher corrects the other's routine-assignment. Each pair is the opponent on the essay of another pair. Each teacher pays by coaching a new group of 8 teachers.

At the academy, the 2×4 sections are called CATS for primary and secondary school inspired by the fact that to deal with Many, we Count & Add in Time & Space. At the academy, primary school mathematics is learned through educational sentence-free meetings with the sentence subject developing tacit competences and individual sentences coming from abstractions and validations in the laboratory, i.e. through automatic 'grasp-to-grasp' learning.

Secondary school mathematics is learned through educational sentence-loaded tales abstracted from and validated in the laboratory, i.e. through automatic 'gossip-learning': Thank you for telling me something new about something I already knew.

Et tilfælde: Peter, kørt fast i division og fraktioner

Peter er matematiklærer i en klasse af hvor mange har opgivet division og brøker, så Peter er ved at opgive at være lærer, da han hører om '1kop & 5pinde' metoden til at helbrede matematik-modvilje, og da han ser 'CupCount and ReCount before you add (<https://www.youtube.com/watch?v=IE5nk2YEQIAXx>).

Her bundt-tælles 5 pinde i 2ere med en kop til bundterne. Han ser, at en total kan optælles i samme enhed på tre måder: overlæs, standard og underlæs:

$$T = 5 = \text{||||} = \text{||} \text{||} = 1B3\ 2s = \text{||} \text{||} = 2B1\ 2s = \text{||} \text{||} \text{||} \text{||} = 3B-1\ 2s$$

Så optalt i bundter giver indvendigt et antal bundter og et udvendigt et antal singler; og flyttes en pind ud eller ind skaber det overlæs eller underlæs.

Ved multiplikation kan 7×48 bundt-skrives som $7 \times 4B8$, hvilket giver 28 indvendige og 56 udvendige, der er et overlæs, der kan omtælles: $T = 7 \times 4B8 = 28B56 = 33B6 = 336$.

Og når du deler, kan $336/7$ bundt-skrives som $33B6 / 7$, der omtælles til 28 indeni og 56 udenfor i henhold til multiplikationstabellen. Så $33B6 / 7 = 28B56 / 7 = 4B8 = 48$.

For at prøve det selv, downloader Peter 'CupCount & ReCount Booklet'. Han giver en kopi til sine kolleger, og de beslutter at arrangere et gratis 1-dags Skype-seminar.

Om morgenen ser de PowerPoint-præsentationen 'Curing Math Dislike' og diskuterer seks spørgsmål: først problemerne med moderne matematik, MetaMatisme; så potentialerne i postmoderne matematik, ManyMath; så forskellen mellem de to; så et forslag til en ManyMath læseplan på grundskolen og mellem- og gymnasiet; så teoretiske aspekter; og endelig hvor man kan lære om ManyMath.

Her er MetaMatisme en blanding af MateMatisme, sand inde i et klasseværelse, men sjældent udenfor hvor ' $2 + 3 = 5$ ' modsiges af 2 uger + 3dage = 17dage; og MetaMatik, der præsenterer begreber TopDown som et eksempel på en abstraktion i stedet for BottomUp som en abstraktion fra mange eksempler: "En funktion er et eksempel på et mængdeprodukt" i stedet for "En funktion er en tal-sprogs sætning". Om eftermiddagen arbejder gruppen med en udvidet version af CupCount & ReCount Booklet, hvor Peter hjælper de nyankomne. På seminaret er der to Skype-sessioner med en ekstern instruktør, en middag og en om eftermiddagen.

Ved at bringe ManyMath til sit klasseværelse, ser Peter, at mange vanskeligheder forsvinder, så han tager en 1 års fjernundervisning på MATHeCADEMY.net for at undervise i matematik som ManyMath, en naturvidenskab om mange. Peter og 7 andre afprøver PYRAMIDeDUCATION, hvor de er organiseret i 2 hold af 4 lærere, der vælger 3 par og 2 instruktører på tur. En ekstern træner hjælper instruktørerne med at instruere resten af deres hold. Hvert par arbejder sammen for at løse tæl®n problemer og rutinemæssige problemer; og at udføre en pædagogisk opgave, der skal rapporteres i et essay rigt på observationer af eksempler på kognition, både genkognition og ny kognition, dvs. både assimilering og akkomodering. I et par korrigerer hver lærer den andens rutineopgave. Hvert par er opponent på essayet i et andet par. Hver lærer betaler ved at coaching en ny gruppe på 8 lærere.

På akademiet kaldes 2x4 sektionerne CATS til grundskole og gymnasium inspireret af, at vi mestrer mange ved at tælle og regne i tid og rum. På akademiet læres børnenes matematik gennem guidede sætningsfrie møder med sætningens subjekt, hvilket udvikler tavs viden og kompetencer samt individuelle sætninger, der kommer fra abstraktioner og valideringer i laboratoriet, dvs. gennem automatisk 'grib for at begribe'-læring.

De unges matematik læres gennem pædagogiske sætningsbelastede fortællinger abstraheret fra og valideret i laboratoriet, det vil sige gennem automatisk "sladderlæring": Tak for at fortælle mig noget nyt om noget, jeg allerede vidste.

Umeå Congress

Your abstracts

Title	#	Selected	Edit/View
Start-matte for børn og migranter: Kop-tæl og om-tæl for addition	3408	YES	View
Multiplikation får addition styrker talsansen hos børn og migranter	3412	YES	View
Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning	3413	YES	View
Brøker og procenter som per-tal	3414	YES	View
Brøker og per-tal adderet som integration	3417	YES	View
Proportionalitet som dobbelt-tælling med per-tal	3418	YES	View
Ekvationer løst ved overflytning, tilbageberegning eller omtælling	3419	YES	View
Calculus ved skolestart, i mellem skolen og i highskolen	3420	YES	View
Calculus: Addition af og opdeling i lokalt konstante per-tal	3421	YES	View
STEM-baseret kerne-matte gør migranter til præ-ingeniører	3423	YES	View
Matte-blokke til den blok-opdelte skole	3426	YES	View
Læreren som differens-forsker	3427	YES	View
MATHeCADEMY.net & Mellem skolen.net. Matte-blokke til den blok-opdelte skole	3428	YES	View
Ulyst til division kureret med 5 pinde og 1 kop og kop-skrivning	3431	YES	View

[+ Add new abstract](#)

23:10
28-06-2017

